

**TEL AVIV UNIVERSITY**

RAYMOND AND BEVERLY SACKLER  
FACULTY OF EXACT SCIENCES  
SCHOOL OF PHYSICS & ASTRONOMY



**אוניברסיטת תל-אביב**

הפקולטה למדעים מדויקים  
ע"ש ריימונד ובברלי סאקלר  
בית הספר לפיסיקה ואסטרונומיה

---

---

**בחינה בשיטות נומריות לתלמידי פיסיקה שנה ב'**

---

---

**סמסטר א' 2003 מועד א' תשס"ג**

**מרצה:** ד"ר רנן ברקנא      **מתרגלים:** מר שי מוזס ומר צביקה שנער

**תאריך:** 12/02/2003

**משך הבחינה:** שלוש שעות.

**בחירה:** ענו על שאלה מספר 1, ובנוסף על שתיים מתוך שלש השאלות האחרות (סה"כ 100 נקודות).

**חומר עזר:** ללא כל חומר עזר (גם לא מחשבון כיס).

---

1. ענו על הסעיפים הבאים בקצרה (שאלה זו הינה חובה).

א. נתונה פונקציה  $f(x)$ . רשמו נוסחה לנגזרת הנומרית של  $f$  בנקודה מסוימת  $x_0$ , שמשמשת בערכים של  $f$  בלבד בסביבה של  $x_0$  (עד למרחק  $dx$  מנקודה זו). הצדיקו את הנוסחה שבה השתמשם על מנת לחשב את הנגזרת.

(5 נקודות)

ב. הסבירו מהו החיסרון הבולט של שיטת הזריקה להגרלת מספרים אקראיים, וכיצד ניתן לשפר אותה.

(5 נקודות)

ג. הסבירו על מה מבוססת שיטת ה-Fast Fourier Transform ומדוע משתמשים בה?

(5 נקודות)

ד. תנו ביטוי כללי ל- $\chi^2$  וציינו מתי משתמשים ב- $\chi^2$ .

(5 נקודות)

2. מערכת משוואות ליניארית.

$$A \cdot X = B$$

נתונה מערכת משוואות, שכתובה בצורת משוואות מטריציות: כאן  $A$  היא מטריצת המקדמים בגודל  $n \times n$ ,  $B$  הוא ווקטור התוצאה, ומטרננו היא למצוא את  $X$ . בכל סעיפי השאלה, הנח  $a, b, x$ , ו- $n$  כפי שהוגדרו כאן, כאשר המטריצה והווקטורים הם בהיסט 1.

א. שרטט בקווים כלליים כיצד ניתן לפתור משוואה זו ע"י אלימינציה גאוס ג'ורדן. מה היא שיטת הציר ומדוע היא נחוצה?  
(10 נקודות)

ב. כתוב סברוטינה

`void matrix_solve (float **a, float *b, float *x, int n)`  
שמשמשת בפונקציה הספרייה הבאה:  
`void svdcmp(float **a, int m, int n, float w[], float **v)`

על מנת לפרק את מטריצת המקדמים  $A$  למכפלה:  $A=U \cdot W \cdot V^T$   
הוסף גם חלק שמשמש בפונקציה הספרייה הבאה:

`void svbksb(float **u, float w[], float **v, int m, int n, float b[], float x[])`

על מנת למצוא את הפתרון  $X$  למערכת המשוואות, ואז מדפיס את הפתרון (רמז: מה מומלץ לבצע לפני הקריאה ל-`svbksb`?).  
(15 נקודות)

ג. כתוב סברוטינה

`float determinant(float **a, int n)`

שמחזירה את הדטרמיננטה של  $A$ . מותר להשתמש בפונקציות הספרייה מסעיף ב' או באלה:  
`void ludcmp(float **a, int n, int *indx, float *d)`  
`indx[1...n]` is an output vector that records the row permutations affected by the partial pivoting. `d` is output as  $\pm 1$  depending on whether the number of row interchanges was even or odd, respectively.

`void lubksb(float **a, int n, int *indx, float b[])`

(15 נקודות)

3. משוואות דיפרנציאליות רגילות (מד"ר).

א. שני חלקיקים בעלי מסה שווה נעים תחת כוחות המשיכה ההדדיים בשני מימדים. תנועתו של עצם מספר 1, ביחידות מתאימות, נתונה ע"י המשוואה:

$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

הראה שניתן לכתוב את משוואות המסלולים של שני החלקיקים בצורה של מערכת מד"ר מסדר ראשון.

(10 נקודות)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{y} + yx^2$$

ב. נתונה המשוואה הבאה:

התחל מהנקודה  $(x=1, y=2)$ , וחשב את הערך של  $y$  בנקודה  $x=1.01$  המתקבל מהתקדמות בצעד אחד לפי שיטת Euler.

(10 נקודות)

ג. כתוב סברוטינה

`float equation_solve(float x1, float x2, float y1, int num)`

שמתחילה מהנקודה  $(x1, y1)$ , ומחזירה את הערך של  $y$  בנקודה  $x2$ , כאשר האינטרוול בין  $x1$  ל- $x2$  מחולק ל- $num$  חלקים שווים, ובכל אחד מהם נפתרת המשוואה מסעיף ב' בעזרת שיטת Runge-Kutta מסדר שני. להזכירך, בשיטה זו, בשלב הראשון מעריכים את הנגזרת  $dy/dx$  כמו בשיטת Euler, ובשלב השני מקבלים הערכה של  $dy/dx$  באמצע האינטרוול, כאשר מנחשים את מיקומו של אמצע האינטרוול בעזרת התוצאה של השלב הראשון.

(20 נקודות)

**4. מציאת אפסים.**

א. נתונה פונקציה  $func$ , שידוע כי יש לה ערך אפס בין  $x=a$  ל- $x=b$ , ע"פ התנאי לבידוד אפסים שהוצג בהרצאה. כתוב סברוטינה

`float find_zero(float (*func)(float), float a, float b, float eps)`

שמוצאת את הערך  $x$  של האפס, עד כדי דיוק אבסולוטי של  $eps$ , ע"י שיטת החצייה.  
**(15 נקודות)**

ב. תן הערכה אנליטית גסה של מספר החציות הדרושות בסעיף א'.  
**(5 נקודות)**

ג. כתוב סברוטינה כמו בסעיף א' אבל שבמקום שיטת החצייה, משתמשת בפונקצית הספרייה:

`float zbrent(float (*func)(float), float x1, float x2, float tol)`

**(10 נקודות)**

ד. מה היא שיטת Newton-Raphson? מתי ניתן להשתמש בה, ומדוע כדאי להשתמש בה?  
**(10 נקודות)**