קודם: שקף 1 על הלוח

אלגוריתמים:

שיטת סימפסון בעזרת נוסחת Eul-Mac:

$$S = \frac{4}{3} S_h - \frac{1}{3} S_{2h}$$

```
#define EPS 1.0e-6
#define JMAX 20
```

float qsimp(float (*func)(float), float a, float b)

Returns the integral of the function func from a to b. The parameters EPS can be set to the desired fractional accuracy and JMAX so that 2 to the power JMAX-1 is the maximum allowed number of steps. Integration is performed by Simpson's rule.

משתמש ב- trapzd

שיטת Romberg:

$$S = I + \sum_{j=1}^{k-1} a_j x^j$$

שיטה כללית בעזרת נוסחת Eul-Mac:

$$S(x), S(\tfrac{x}{4}), \cdots, S(\tfrac{x}{4^{k-1}}) \Rightarrow \ S(0) = I + O\left(\tfrac{1}{N^{2k}}\right)$$

```
#define EPS 1.0e-6
#define JMAX 20
#define K 5
```

$k = 5$

float qromb(float (*func)(float), float a, float b)

Returns the integral of the function func from a to b. Integration is performed by Romberg's method of order 2K, where, e.g., K=2 is Simpson's rule.

משתמש ב- trapzd וב- polint

אינטגרציה: סיכום (1)

אינטגרציה: מציאת שטח מתחת לפונקציה.

רעיון בסיסי: שיטת הטרפז.

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = h\left[\tfrac{1}{2}f_1 + \tfrac{1}{2}f_2\right] + O(h^3 f'')$$

שיטה 1: שיטת הטרפז המורחבת:

שיטת הטרפז, תוך הגדלת מספר הצעדים באופן רקורסיבי, פי 2 בכל צעד, ותוך שימוש בכל הנקודות הקודמות.
ההתכנסות היא בקצב $O\left(\frac{1}{N^2}\right)$.

אינטגרציה: סיכום (2)

שיטה 2: אינטגרציה בשיטת רומברג:

מתחילים משיטת הטרפז הרקורסיבית. משתמשים ב-k צעדים עוקבים בשביל להתחשב ב- (k-1) איברי תיקון מנוסחת אוילר-מקלורין. ההתכנסות היא בקצב $O\left(\frac{1}{N^{2k}}\right)$

למשל:

k=2: שיטת סימפסון $O\left(\frac{1}{N^4}\right)$

k=5: שימוש רגיל עבור פונקציה רציפה $O\left(\frac{1}{N^{10}}\right)$

```
float trapzd(float (*func)(float), float a, float b, int n)

float qtrap(float (*func)(float), float a, float b)

float qsimp(float (*func)(float), float a, float b)

float qromb(float (*func)(float), float a, float b)
```

עכשיו: שקפים 2-9 על הלוח

נגזרות נומריות: סיכום

<u>בעיה:</u> חישוב הנגזרת מערכי הפונקציה. צריך להתמודד עם שגיאת עיגול גדולה.

בכל שיטה, הערכה מלאה של השגיאות נותנת את ה-h האופטימאלי, ואת השגיאה המינימאלית.

<u>שיטה 1:</u>

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$h \sim \sqrt{\epsilon_f}\,x$$

$$(e_r + e_t)/f' \sim \sqrt{\epsilon_f}$$

<u>שיטה 2:</u>
(עדיפה)

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$$

$$h \sim (\epsilon_f)^{1/3} x$$

$$(e_r + e_t)/f' \sim (\epsilon_f)^{2/3}$$