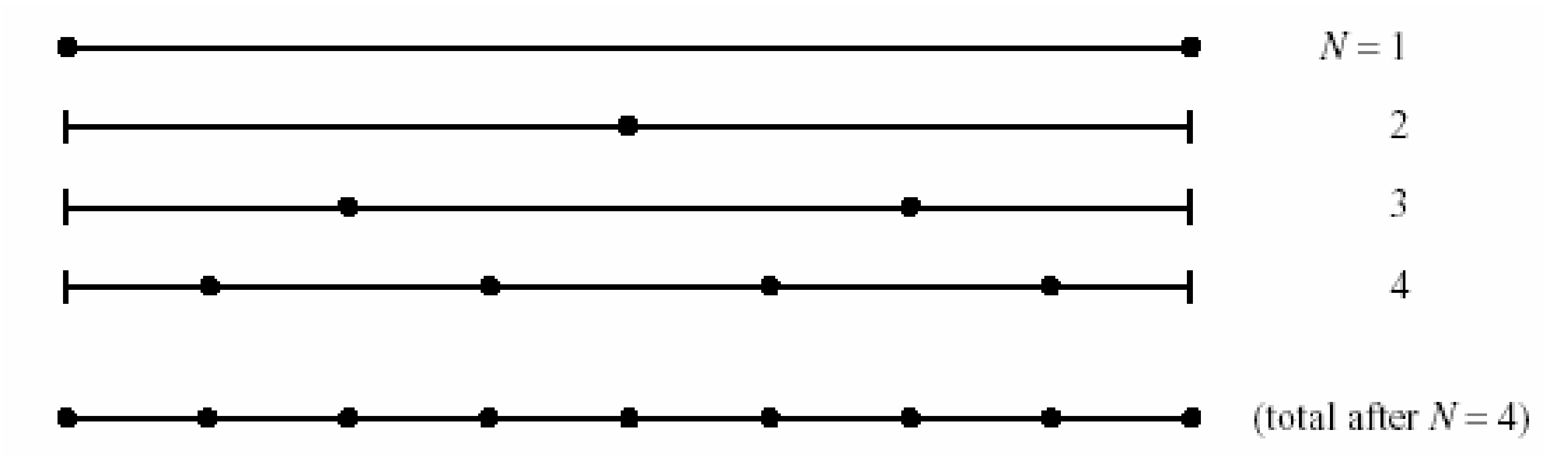
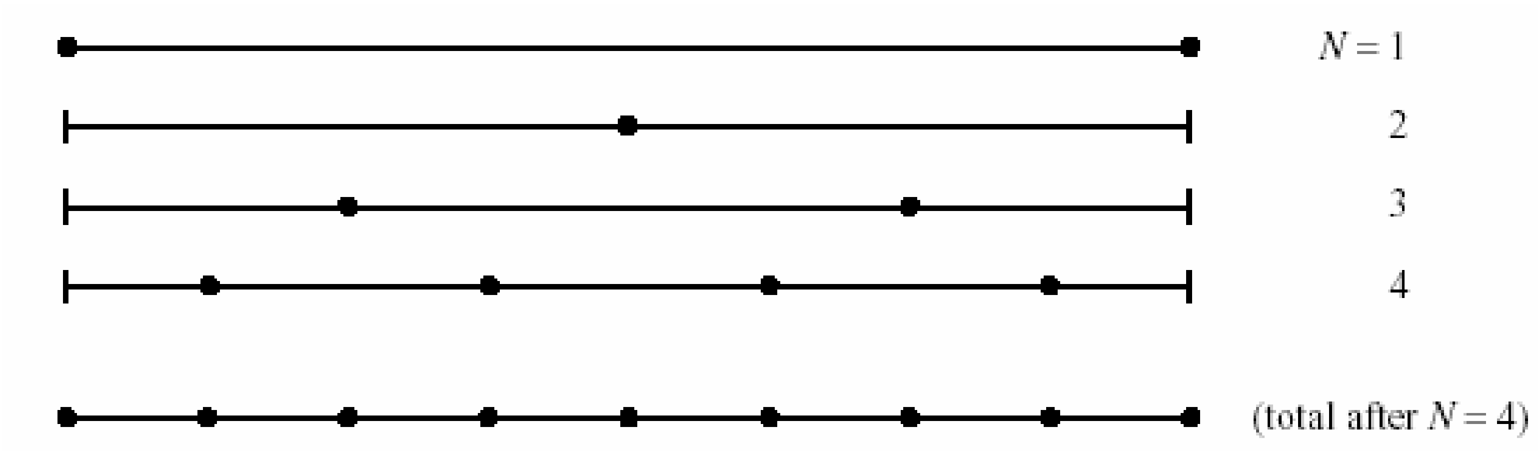
קודם: שיטת הטרפז: חזרה (שקפים 1-2 על הלוח)

אלגוריתמים:



ניתן להשתמש בשיטת הטרפז, תוך הגדלת מספר הנקודות פי 2 בכל צעד, ותוך שימוש בכל הנקודות הקודמות (אלגוריתם רקורסיבי!). השינוי בכל צעד הוא הערכת השגיאה. ממשיכים עד שיורדים מתחת לשגיאה הרצויה. ההתכנסות היא בקצב 1/N^2 .

אלגוריתמים:



צעד אחד בשיטת הטרפז הרקורסיבית:

float trapzd(float (*func)(float), float a, float b, int n)

This routine computes the nth stage of refinement of an extended trapezoidal rule. func is input as a pointer to the function to be integrated between limits a and b, also input. When called with n=1, the routine returns the crudest estimate. Subsequent calls with n=2,3,... (in that sequential order) will improve the accuracy by adding 2^(n-2) additional interior points.

אלגוריתמים:

שיטת הטרפז הרקורסיבית. פונקציה סופית, שקוראת ל-trapz צעד אחר צעד (n=1, 2, 3…) עד להתכנסות הרצויה:

```
#include <math.h>
#define EPS 1.0e-5
#define JMAX 20
```

לא כדאי לנסות להתקרב יותר מדי לדיוק המחשב

float qtrap(float (*func)(float), float a, float b)
Returns the integral of the function func from a to b. The parameters EPS can be set to the desired fractional accuracy and JMAX so that 2 to the power JMAX-1 is the maximum allowed number of steps. Integration is performed by the trapezoidal rule.

אלגוריתמים:

נשתמש בנוסחא מתמטית של אוילר-מקלורין, שנותנת את השגיאה בשיטת הטרפז המורחבת:

Euler-Maclaurin Summation Formula:

$$\int_{x_1}^{x_N} f(x)dx = h\left[\frac{1}{2}f_1 + f_2 + \cdots + f_{N-1} + \frac{1}{2}f_N\right]$$

$$- \frac{B_2 h^2}{2!}\left(f'_N - f'_1\right) - \cdots$$

$$- \frac{B_{2k} h^{2k}}{(2k)!}\left(f_N^{(2k-1)} - f_1^{(2k-1)}\right) - \cdots$$

הנוסחא מתחילה עם הסכום משיטת הטרפז המורחבת

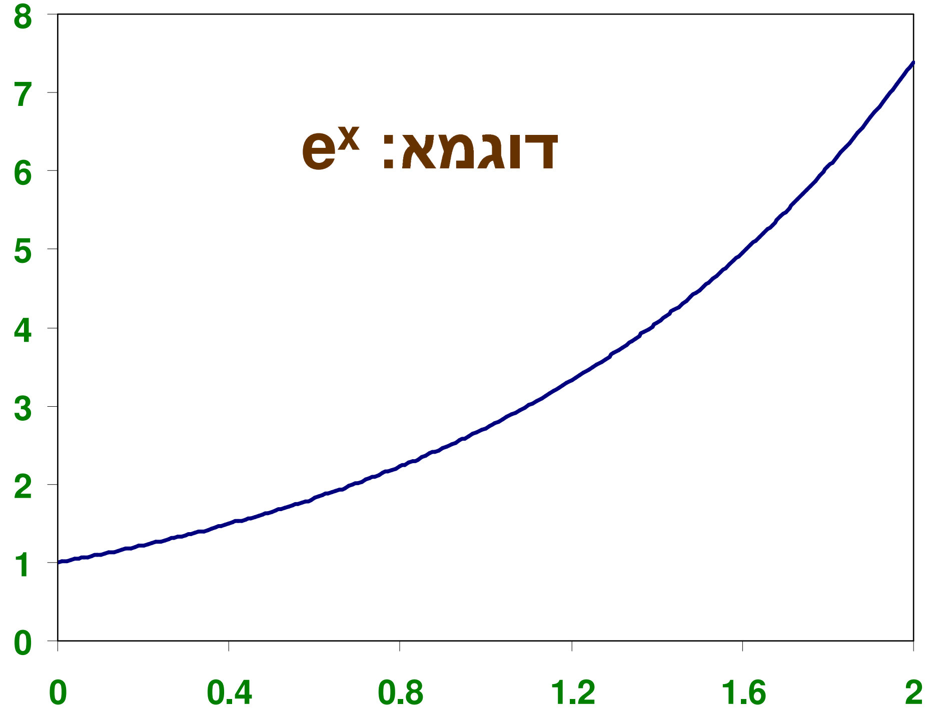
כאשר יש N קטעים, והגדרנו: $h = \frac{x_N - x_1}{N}$

אלגוריתמים:

המספרים שמופיעים בנוסחא נקראים מספרי Bernoulli:

$$B_0 = 1, \quad B_2 = \frac{1}{6}, \quad B_4 = -\frac{1}{30}, \quad B_6 = \frac{1}{42},$$

$$B_8 = -\frac{1}{30}, \quad B_{10} = \frac{5}{66}, \quad B_{12} = -\frac{691}{2730}.$$



זוהי סדרה אסימפטוטית, לא מתכנסת, אבל ניתן להוכיח שהשגיאה אחרי N איברים היא קטנה מפעמיים האיבר הבא. ז"א, כל עוד האיברים קטנים, אפשר להשתמש בסדרה זו כמו בסדרה מתכנסת רגילה.

אחרי זה:
שקפים 3-9 על הלוח