תזכורת: אנרגיה (פרק 6)

כוח המשיכה שמרגישה מסה m על פני כדור הארץ:

$$F = mg$$

אנרגיה פוטנציאלית כבידתית:

$$U = mgh$$

הרעיון של אנרגיה פוטנציאלית הוא כמו קפיץ מכווץ שיש לו פוטנציאל לגרום לתנועה אם משחררים אותו.

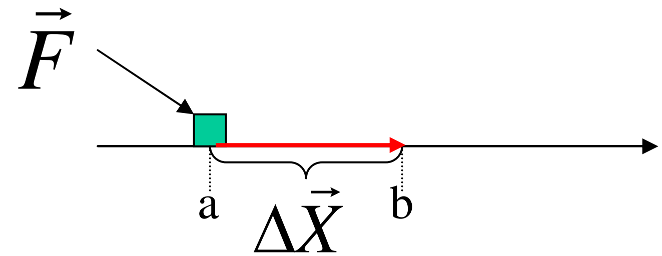
אנרגיה קינטית: $K = \frac{1}{2}mv^2$

רכבת הרים בפסגה בגובה h מתחילה לנוע. את מהירותה בתחתית, בגובה h_0, נמצא מחוק שימור אנרגיה:

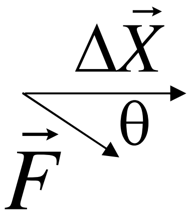
$$E = U + K = \underbrace{mgh}_{\text{בהתחלה}} = \underbrace{mgh_0 + \frac{1}{2}mv^2}_{\text{בסוף}}$$

ולכן: $v = \sqrt{2g(h - h_0)}$

עבודה ואנרגיה



אם כוח קבוע פועל על גוף המועתק מרחק Δx מהנקודה a ל- b, העבודה שכוח זה מבצע על הגוף מוגדרת כך:



הגדרת הזווית:

$$W_{ab} = F\Delta X\cos\theta = \vec{F}\cdot\Delta\vec{X}$$

<u>שימו לב:</u> רק רכיב התנועה בכיוון הכוח משנה לעבודה.
אם כיוון התנועה הפוך לכיוון הכוח אז העבודה היא שלילית.

חוק שימור אנרגיה: $K_b = K_a + W_{ab}$

ז"א, העבודה שווה לשינוי באנרגיה הקינטית.

עבודה ואנרגיה

חוק שימור אנרגיה הכללי:

$$K_b = K_a + W_{ab}$$

חוק שימור אנרגיה כאשר יש אנרגיה פוטנציאלית:

$$K_b + U_b = K_a + U_a$$

לכן, השינוי באנרגיה הפוטנציאלית של הגוף חייב להיות:

$$\Delta U = U_b - U_a = -W_{ab}$$

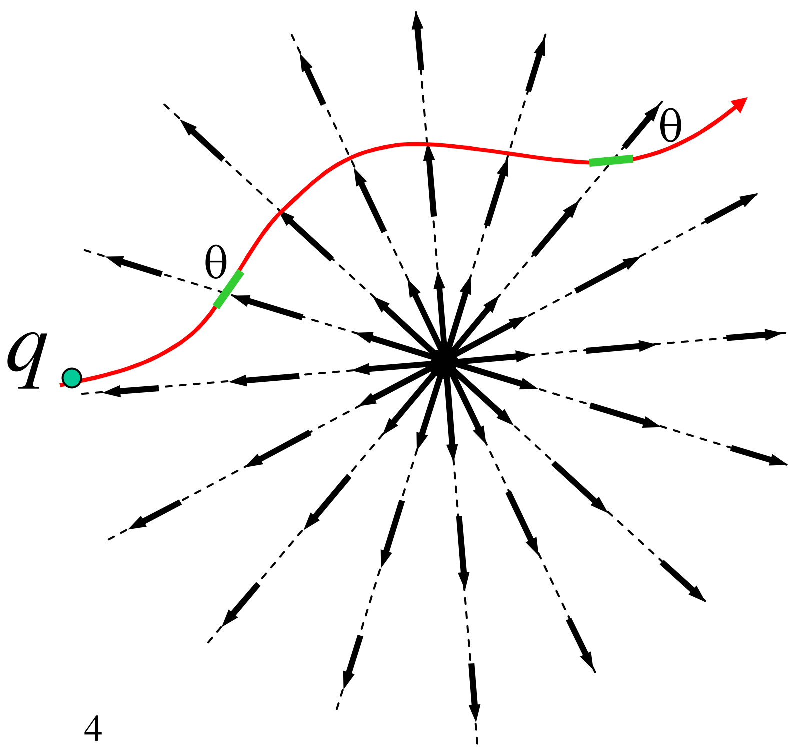
<u>דוגמא:</u> העבודה שעושה כוח המשיכה על רכבת הרים שעולה מגובה h_0 ל h. העבודה במקרה זה שלילית, והשינוי באנרגיה הפוטנציאלית הוא חיובי:

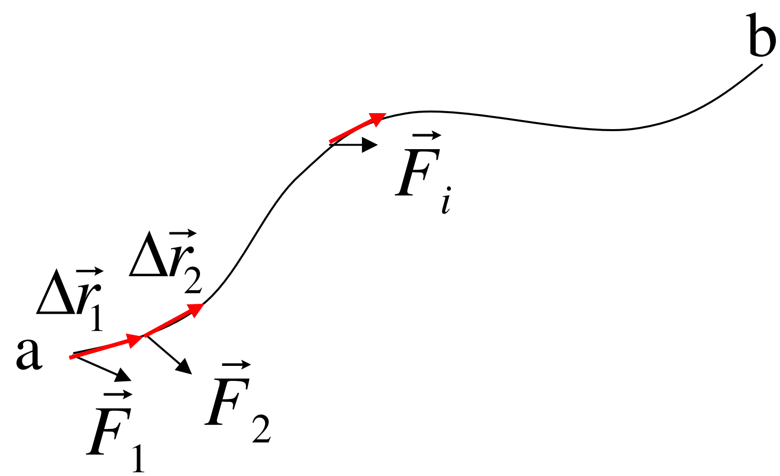
$$-W = -(-mg)(h - h_0) = mgh - mgh_0$$

במקרה הכללי

מחלקים את המסלול לקטעים קצרים. בכל קטע, ניתן להתייחס לכוח ולכיוון התנועה כקבועים, ולכן מחשבים את העבודה בכל קטע בעזרת הנוסחא שכבר הוצגה. העבודה הכללית היא סכום העבודות בכל הקטעים. בגבול של מספר קטעים עצום, הסכום הופך לאינטגרל.

לדוגמא, הכוח החשמלי שמפעיל מטען נקודתי על מטען בוחן. (להזכירכם, מודדים שדה חשמלי קיים בעזרת מטען בוחן שמרגיש את השדה ונע כתוצאה מכך.)

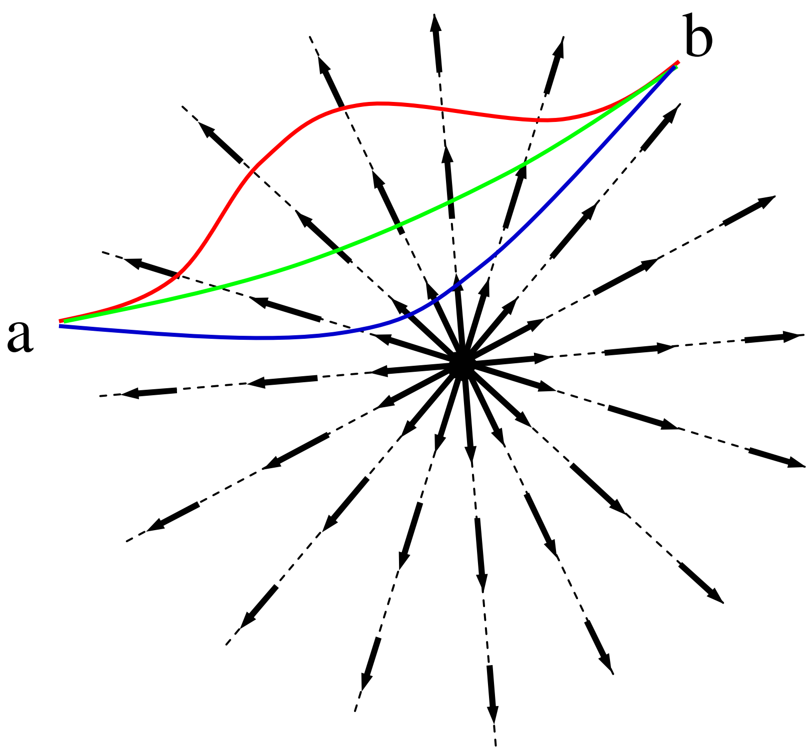




$$W_{ab} = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{r}_i \rightarrow \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

כוח משמר

כוח הוא משמר אם העבודה שהוא מבצע בין שתי נקודות נתונות אינה תלויה במסלול, אלא רק בנקודות ההתחלה והסוף.



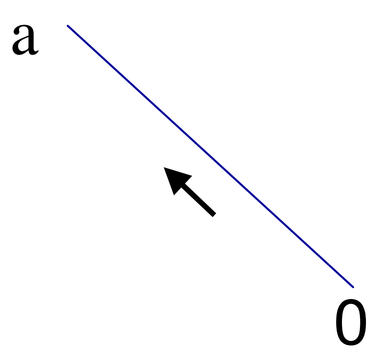
<u>טענה:</u> במקרה זה ניתן להגדיר אנרגיה פוטנציאלית כך שהשינוי שלה נתון ע"י המשוואה הנדרשת (כפי שראינו קודם):

$$\Delta U = U_b - U_a = -W_{ab}$$

כוח משמר

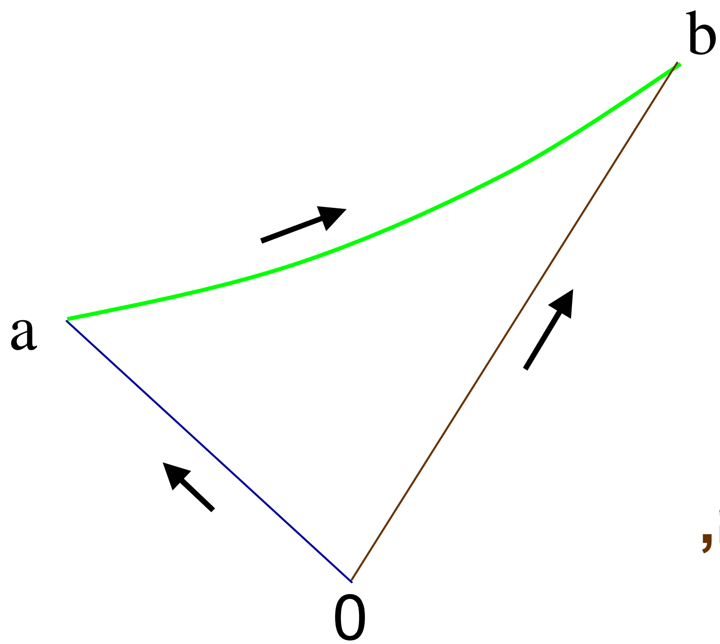
הוכחת הטענה:

נבחר נקודת 0 שרירותית שבה נגדיר אנרגיה פוטנציאלית (של מטען בוחן נתון) שווה ל- U_0 (ערך שרירותי). עכשיו, לכל נקודה a במרחב, נחשב את העבודה על מטען הבוחן מ-0 ל-a , W_{0a}, שלא תלויה במסלול (בגלל שהנחנו כוח משמר). נגדיר את האנרגיה הפוטנציאלית ב-a כך:



$$U_a = U_0 - W_{0a}$$

כוח משמר



עכשיו נבחר שתי נקודות, a ו-b. אז:

$$U_a = U_0 - W_{0a}$$

$$U_b = U_0 - W_{0b}$$

וההפרש ביניהם הוא:

$$U_b - U_a = W_{0a} - W_{0b}$$

עכשיו, אם נלך מ-0 ל-b ישר, או אם נעבור דרך a, נקבל את אותה העבודה, כי הכוח הוא משמר. לכן:

$$W_{0a} + W_{ab} = W_{0b}$$

וכך קיבלנו את המשוואה הרצויה:

$$\Delta U = U_b - U_a = -W_{ab}$$

את הפוטנציאל החשמלי V נגדיר בעזרת מטען בוחן q בעל אנרגיה פוטנציאלית חשמלית U:

$$V=U/q$$

מתקיים:

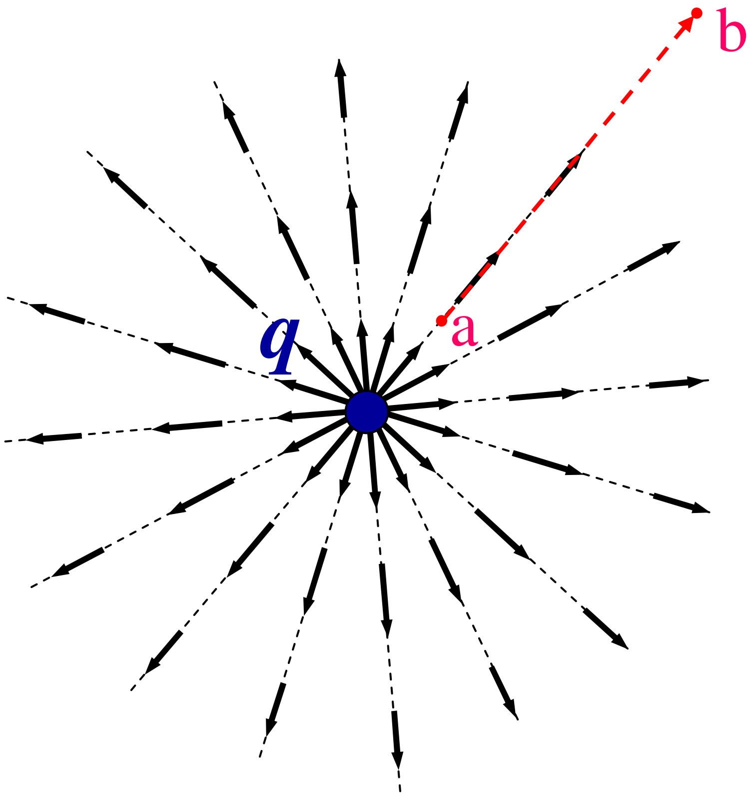
$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{1}{q}\int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

ולכן הפרש הפוטנציאל תלוי רק בשדה, ולא במטען הבוחן שבו השתמשנו בהגדרה למעלה. נקודת האפס (V=0) שרירותית. נהוג לבחור $V_\infty = 0$ (ז"א V=0 כשמתרחקים מכל המטענים הנתונים).

יחידות: 1 V = 1 Volt = 1 Joule/1 C

עוד יחידה (של אנרגיה!): אלקטרון וולט: האנרגיה שרוכש אלקטרון בעוברו הפרש של (-)וולט אחד: $1eV=1.6\times10^{-19}$ J

דוגמא: הפוטנציאל של חלקיק נקודתי



השדה:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

ההעתק בקטע קטן:

$$d\vec{r} = dr\hat{r}$$

המכפלה הסקלארית:

$$\vec{E}\cdot d\vec{r} = \frac{kq}{r^2}dr$$

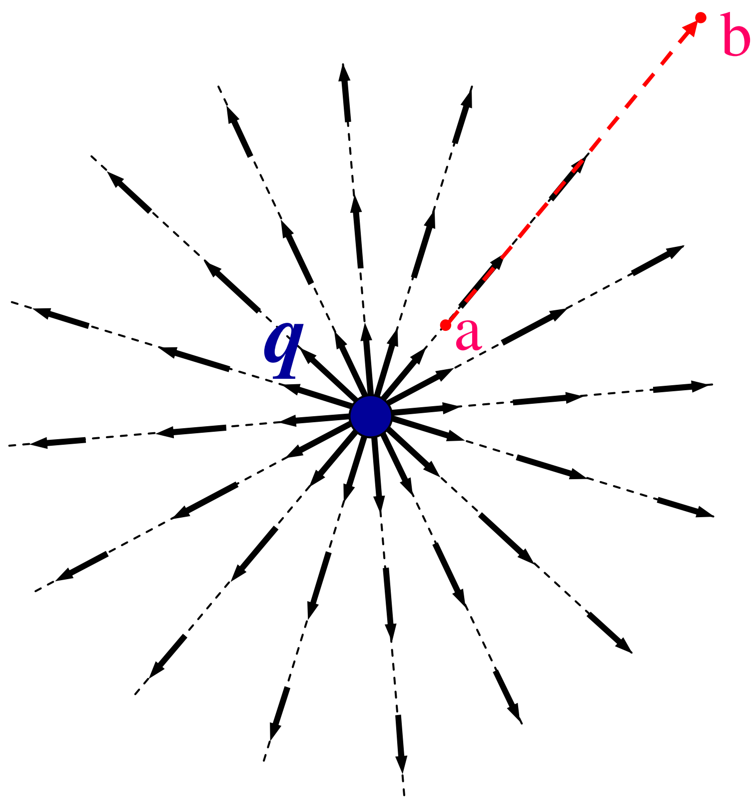
הפרש הפוטנציאל:

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_a^b \frac{kq}{r^2}dr = \frac{kq}{r_b} - \frac{kq}{r_a}$$

כאשר באינטגרל השתמשנו ב:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{r^2}$$

המשך הדוגמא



עכשיו נגדיר V=0 בנקודה b, וניקח:

$$r_b \to \infty$$

אז מקבלים:

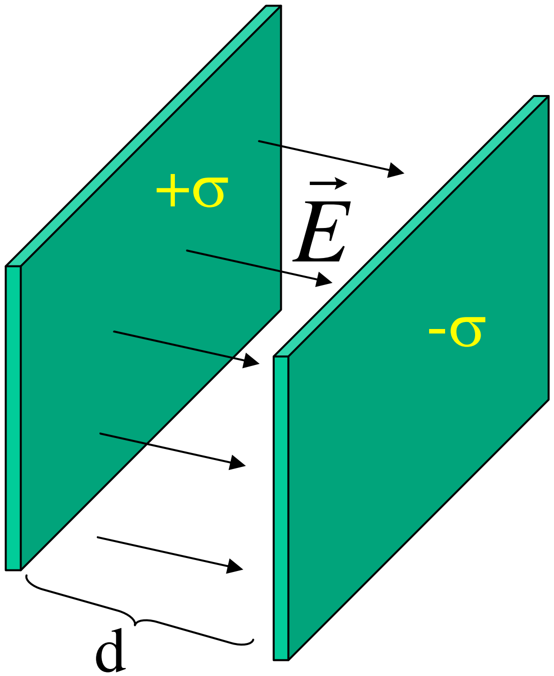
$$V_a = \frac{kq}{r_a}$$

או באופן כללי, הפוטנציאל החשמלי שיוצר מטען נקודתי ביחס לאינסוף הוא:

$$V(r) = \frac{kq}{r}$$

<u>שימו לב לסימנים:</u> מטען חיובי q יוצר פוטנציאל חיובי קרוב אליו. אפשר להבין זאת כך: אם נקרב מטען בוחן חיובי למטען הנתון q, ואז נעזוב אותו, מטען הבוחן יידחה ויתרחק חזרה, כאשר האנרגיה הפוטנציאלית שלו תרד והקינטית תעלה.

שני לוחות בעלי מטען הפוך



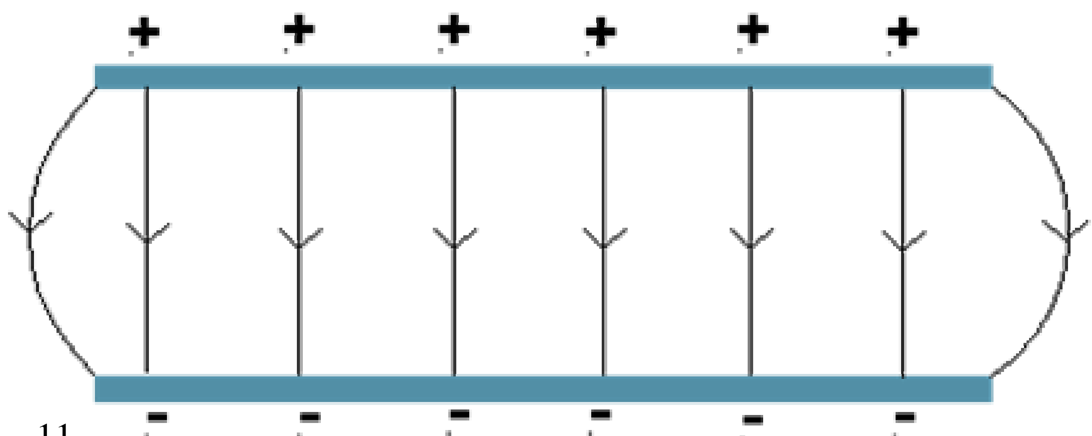
השדה בין הלוחות קבוע. במצב זה, קל לחשב את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
למשל, נתחיל מהחיובי ונלך אל השלילי (ז"א, נלך בכיוון השדה) :

$$V_- = V_+ - \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{r} = V_+ - Ed$$

כאשר השדה בין הלוחות הוא: $E = 4\pi k\sigma$

מחוץ ללוחות, E=0 ולכן: $\Delta V = 0$

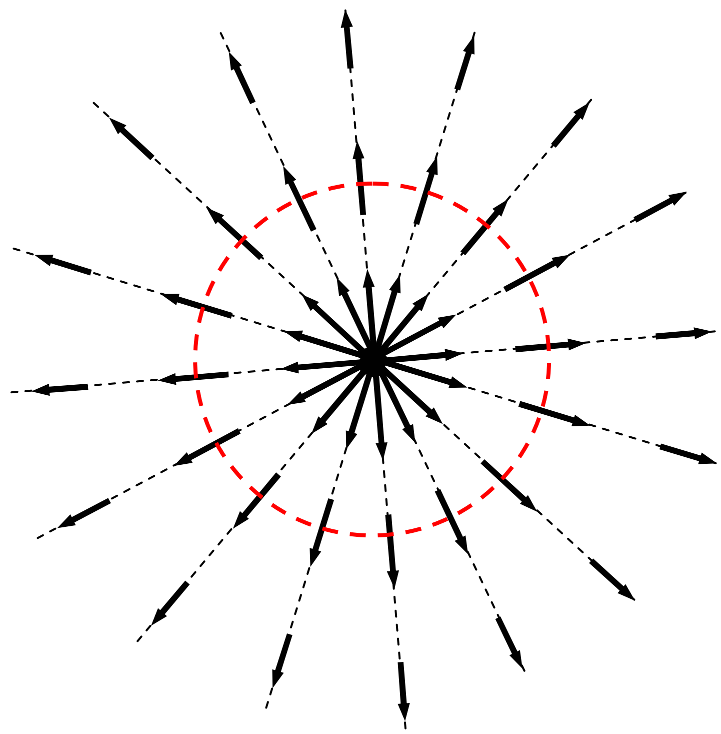
ז"א, מימין ללוחות הפוטנציאל הוא V_- ומשמאל, V_+ (שהוא גבוה יותר).



הערה: בקרוב נדבר על קבלים, שמורכבים משני לוחות מקבילים סופיים. ביניהם יש שדה אחיד, עד שמתקרבים לקצוות.

<u>שאלה:</u> מהי העבודה הנדרשת להזיז מטען בוחן על המעגל האדום?

<u>תשובה:</u> אפס, כי כל עוד אנחנו על המעגל (או בעצם על הקליפה הכדורית) השדה ניצב לכיוון התנועה ולכן העבודה שעושה הכוח החשמלי שווה לאפס.



משטחים שווי פוטנציאל

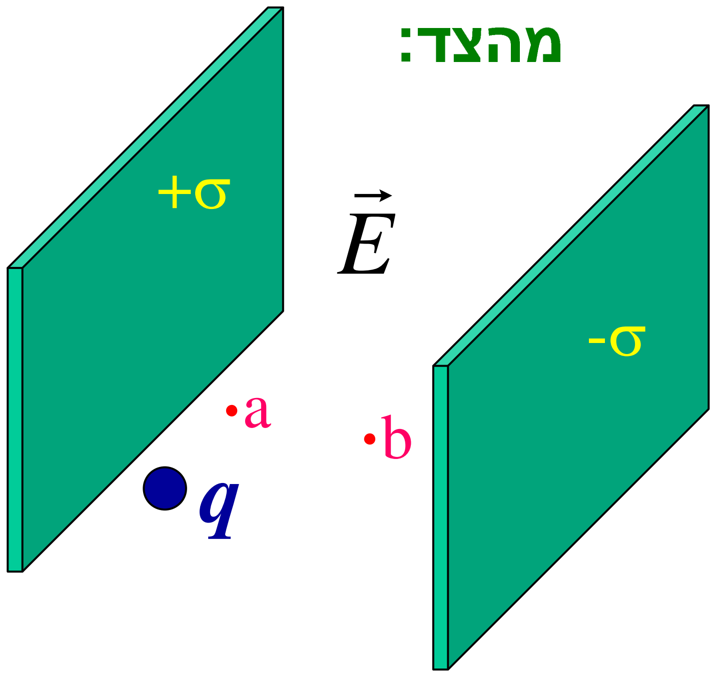
- משטחים בעלי V קבוע נקראים שווי פוטנציאל.

- קווי השדה החשמלי ניצבים למשטחים אלו (כי כל עוד נשארים על המשטח, העבודה של הכוח החשמלי היא אפס).

- השפה של מוליך היא משטח שווה פוטנציאל (בשיווי משקל), כי ראינו שהשדה תמיד ניצב לשפה, ולכן אין עבודה חשמלית על מטען בוחן שנע על השפה.

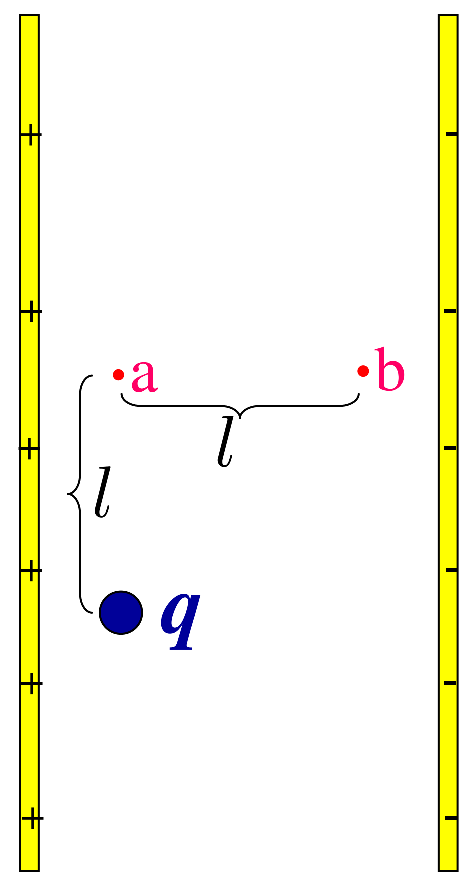
<u>סופרפוזיציה:</u> הפוטנציאל הוא מספר, לא ווקטור!

מהצד:



<u>דוגמא:</u>

מלמעלה:



נחשב את הפרש הפוטנציאל כשנעים מ-a ל-b.

התרומה של השדה של הלוחות (הפוטנציאל ב-b נמוך יותר): $\Delta V_1 = -4\pi k\sigma l$

התרומה של השדה של המטען q (המרחק בין q ל-b הוא $l\sqrt{2}$): $\Delta V_2 = \frac{kq}{\sqrt{2}\,l} - \frac{kq}{l}$

הסכום: $V_b - V_a = \Delta V_1 + \Delta V_2$