

תרגיל מספר 11 – משוואות דיפרנציאליות רגילות

9 ינואר 2005 (תאריך אחרון להגשה: 16 בינואר)

ראו גם: <http://wise-obs.tau.ac.il/~barkana/nummethods.html>

המסלול של עצם שנע תחת השפעת כוח מרכזי $F(r)$ (ביחידות מתאימות) נתון ע"י המשוואה:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{d\psi} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\psi} \right) - \frac{1}{r^3} = F(r)$$

המסלול מוגבל למישור אחד, אותו ניתן לתאר בקואורדינטות קרטזיות (x,y) או פולאריות (r,ψ) . במשוואת המסלול, r נכתב כפונקציה של ψ בלבד: $r(\psi)$.

א. בעזרת תוכנית Matlab תוך שימוש בקואורדינטות פולאריות, פיתרו את משוואת המסלול בשיטת אוילר (משוואה 16.1.1 בספר) בגודל צעד 0.05 בתחום $0 \leq \psi \leq 10\pi$. הנחות נוספות שתצטרכו (כאן הכוח יכול להיות אלקטרוסטטי או כבידתי):

$$F(r) = -\frac{1}{r^2}, \quad r(\psi = 0) = \frac{2}{3}, \quad \frac{dr}{d\psi}(\psi = 0) = 0$$

ב. חזרו על סעיף א' עם שיטת Runge-Kutta מסדר שני (משוואה 16.1.2 בספר).

ג. חזרו על סעיף א' עם שיטת Runge-Kutta מסדר רביעי (משוואה 16.1.3 בספר).

ד. שרטטו על גרף של $r(\psi)$ את ההפרשים בין כל אחד מן הפתרונות הנומריים לפתרון המדויק:

$$r = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cos(\psi)}$$

ה. פיתרו את סעיף א' ב-Mathematica ושרטטו את המסלול בקואורדינטות (x,y) . תצטרכו להשתמש ב- Evaluate, NDSolve, ו- ParametricPlot.

ו. כוחות שונים יכולים לתת מסלולים מסובכים. חזרו על סעיף ה' אבל עם ההנחות האלה:

$$F(r) = -\frac{1}{r^{2.5}}, \quad r(\psi = 0) = 5, \quad \frac{dr}{d\psi}(\psi = 0) = 1$$

בשביל לראות את התפתחות המסלול, שרטטו את הפתרון בחמישה תחומים:

$$0 \leq \psi \leq 5\pi$$

$$0 \leq \psi \leq 10\pi$$

$$0 \leq \psi \leq 15\pi$$

$$0 \leq \psi \leq 20\pi$$

$$0 \leq \psi \leq 25\pi$$

קבצים להגשה:

targil11_012345678.m
targil11_012345678.nb

קוד MATLAB לחלק הראשון
קוד ב-Mathematica