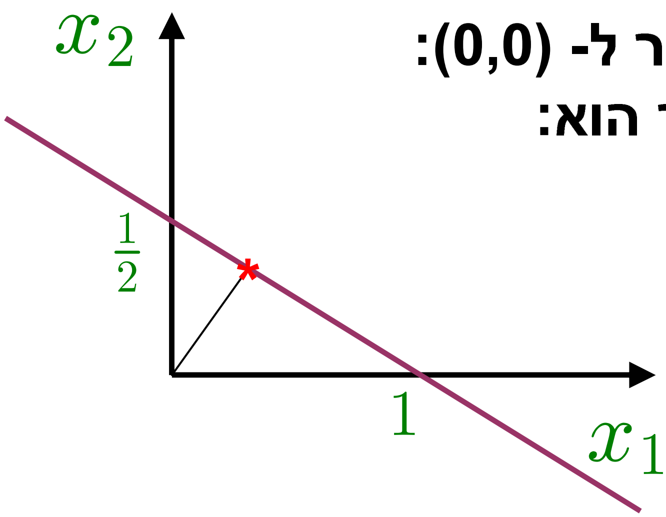
<u>דוגמא 2:</u> קיבלנו פתרון:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



מהשיעור הקודם, זהו הפתרון X הקרוב ביותר ל- (0,0):

<u>בדיקה:</u> הווקטור שמחבר את נקודות החיתוך הוא:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

והמכפלה הסקלארית ב-X היא:

$$0.2 \times (-1) + 0.4 \times \frac{1}{2} = 0$$

ולכן הזווית בנקודה * היא 90^o .

פירוק SVD

<u>דוגמא 3:</u>

מהשיעור הקודם, זהו X שנותן שארית r מינימאלית, כאשר:

$$r = |\mathrm{A} \cdot \mathrm{X} - \mathrm{B}|$$

<u>בדיקה:</u>

$$AX - B = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 - 1 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2.2 \end{pmatrix}$$

נגדיר:

$$y = x_1 + 2x_2$$

אז:

$$r^2 = (y-1)^2 + (2y - 2.2)^2$$

נמצא את המינימום:

$$2(y-1) + 2(2y-2.2)2 = 0$$

$$5y - 5.4 = 0$$

ולכן:

$$y = 1.08$$

מספרים אקראיים

מטרה: לייצר סדרה של מספרים אקראיים לפי התפלגות מסוימת.
דוגמא: 1) קובייה (התפלגות אחידה של 6 ,... ,2 ,1)
2) שגיאת מדידה בניסוי (התפלגות גאוס עם סטיית תקן σ)

שימוש ראשי בפיסיקה: סימולציה – כלי לחקר שגיאות ניסיוניות או תהליכים פיסיקליים בעלי מרכיב אקראי (למשל: התנגשויות חלקיקים במאיץ, או התפתחות גלקסיות מהפרעות צפיפות קטנות). שימוש זה מכונה שיטת מונטה-קרלו (ע"ש הימורים במונקו).

נקודת מוצא – סדרת מספרים ("פסיאודו": כאילו) רנדומאליים בהתפלגות אחידה ב-[0,1]. ז"א, אין תלות סטטיסטית בין מספרים עוקבים. נלמד איך לקבל מנקודת מוצא זו כל התפלגות אחרת.

מספרים אקראיים

נקודת המוצא: פונקצית הספרייה:

```
float ran2(long *idum)
```

השימוש: אתחול ע"י idum שלילי, ואז קריאות חוזרות ל- ran2 מחזירות מספרי float אקראיים בין 0 ל- 1 (ללא הקצוות). ל- ran2 מחזוריות אחרי כ- 2×10^{18} קריאות.

גלובלי:

```
long idum;
```

ב- main:

```
idum=-1;
```

בכל מקום בתכנית:

```
x=ran2(&idum);
x=ran2(&idum);
```

אם רוצים סדרה אקראית שונה, משנים את האתחול, למשל:

```
idum=-2;
x=ran2(&idum);
x=ran2(&idum);
```

מספרים אקראיים

אם רוצים מספרים שלמים בין 1 ל- 10:

מספר בין 0 ל- 10:

```
10 * ran2(&idum);
```

מספר שלם בין 0 ל- 9:

```
(int) 10 * ran2(&idum);
```

תשובה:

```
j = 1 + (int) 10 * ran2(&idum);
```

אם רוצים מספרים שלמים בין n1 ל- n2:

מספר בין 0 ל- (n2-n1+1):

```
(n2-n1+1) * ran2(&idum);
```

מספר שלם בין 0 ל- (n2-n1):

```
(int) (n2-n1+1) * ran2(&idum);
```

תשובה:

```
j = n1 + (int) (n2-n1+1) * ran2(&idum);
```

התפלגויות אקראיות

ניקח משתנה רציף, למשל x אחיד בין 0 ל-1. ההסתברות ש-x הוא בין 0 ל- ½ היא:

$$P\left(x : 0 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

כמו-כן:

$$P\left(x : 0 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

וגם:

$$P\left(x : \frac{5}{1000} - \frac{6}{1000}\right) = \frac{1}{1000}$$

אם ניקח אינטרוול קטן dx:

$$P\big(x - (x + dx)\big) = dx$$

ז"א אם עכשיו נגדיר:

$$P(x) = P(0 - x)$$

אז נקבל עבור התפלגות אחידה:

$$\frac{dP(x)}{dx} = 1$$

התפלגויות אקראיות

תיאור מתמטי של התפלגות כללית היא פונקציה p(x) שנותנת את צפיפות ההסתברות, כאשר:

$$p(x) = \frac{dP(x)}{dx}$$

או אפשר גם לכתוב:

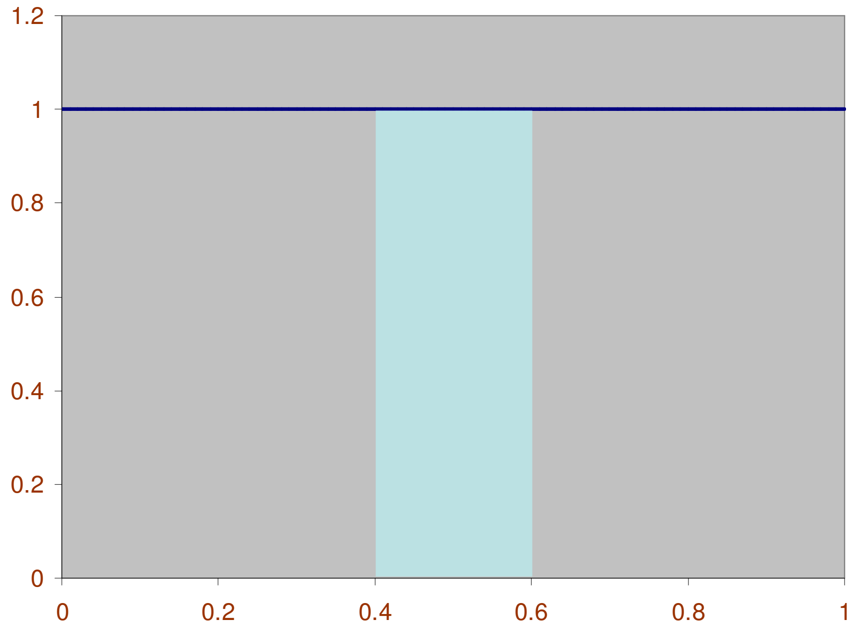
$$dP(x) = p(x)\,dx$$

ז"א, מחשבים הסתברות בעזרת אינטגרל:

$$P(x_1 - x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x)\,dx$$

הדבר דומה למסה של כבל חד-מימדי, כאשר p(x) מקביל לצפיפות המסה, ו- P(x) מקביל למסה הכוללת של חלק מהכבל.

$$p(x) = 1 \qquad 0 < x < 1$$



מבחינה גיאומטרית, זהו שטח.

דוגמא 1:

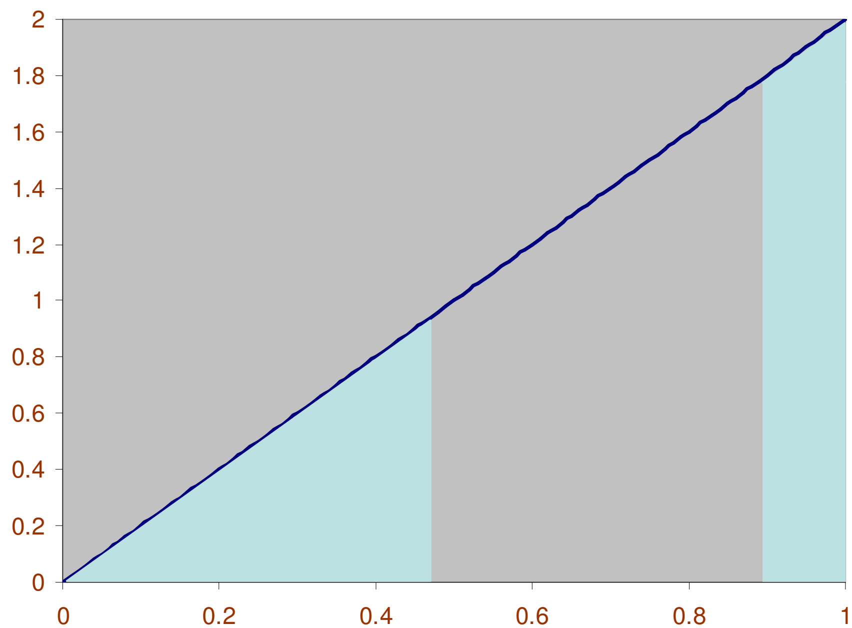
$$P(0.4 - 0.6) = \int_{0.4}^{0.6} 1\,dx = 0.2$$

זהו שטח המלבן בציור.

התפלגויות אקראיות

דוגמא 2:

$$p(x) \propto x \qquad 0 < x < 1$$



מצא את:

$$P(x < 0.5 \;||\; x > 0.9)$$

צעד 1: נירמול לסה"כ סיכוי 1:

$$\int_0^1 x\,dx = \frac{1}{2}$$

ולכן:

$$p(x) = 2x$$

בשביל לקבל:

$$\int_0^1 p(x)\,dx = 1$$

ואז:

$$P(x < 0.5 \;||\; x > 0.9) = \int 2x\,dx =$$

$$(0.5^2 - 0) + (1 - 0.9^2) = 0.25 + 0.19 = 0.44$$

התפלגויות אקראיות

<u>המטרה:</u> לייצר סדרה של מספרים אקראיים לפי צפיפות הסתברות נתונה $p(x)$.

<u>שיטה 1: שיטת הזריקה:</u>

1) מציירים את $p(x)$.
2) מקיפים את הפונקציה במלבן.
3) זורקים נקודות אקראיות במלבן:

$x=x_{min}+(x_{max}-x_{min})$ * ran2(&idum);

$y=y_{min}+(y_{max}-y_{min})$ * ran2(&idum);

לוקחים רק את הנקודות מתחת ל- $p(x)$. ההתפלגות שלהן היא אחידה לפי שטח.

if (y < p(x)) …