<u>שיטות נומריות בפיסיקה, שנת תשס"ה (2004/2005)</u>

מסגרת הקורס:

- 2 ש"ש הרצאה (דר' רנן ברקנא barkana@wise.tau.ac.il טל. 5993) – יום ג' 1000-1200, שנקר 204. [שעת קבלה: יום א' 1500-1600, קפלון 113]
- 2 ש"ש תרגול מעשי במעבדת מחשבים לצורך ביצוע המטלות השבועיות

(צביקה שנער zvikas@vishnu.tau.ac.il טל. 8204) – כיתות דן דוד חדר 4: א' 08-10, 13-15.

<u>מטרת הקורס</u> היא להבין שיטות נומריות סטנדרטיות ברמה מתמטית בסיסית, ולדעת להשתמש באופן מעשי בשיטות אלה כפי שהן מיושמות בתוכנות השונות (ראו סעיף 13 למטה).

ציון: מבחן סופי: 80%, תרגילים: 20%. הציון הכולל על התרגילים יהיה מורכב מהממוצע של כל 13 התרגילים. בנוסף, חובה להגיש לפחות 8 מתוך ה-13, אחרת ציון התרגילים יהיה 0 מתוך 20. ההגשות חייבות להיות בזמן, אין אפשרות להשלים מאוחר יותר.

המטלות השבועיות יחולקו בשיעור וימצאו ב:
http://wise-obs.tau.ac.il/~barkana/nummethods.html

תוכניות המחשב ותוצאותיהן יש לשלוח למתרגל בדואר אלקטרוני, עד שבוע לאחר התרגול המעשי. התכניות חייבות להיות קלות להבנה (בעזרת הערות בגוף התכנית).

ספרות:

Numerical Recipes in C (2nd Ed) by Press, Teukolsky, Vetterling, and Flannery

ניתן להזמין בדיונון; גישה חופשית ב- http://www.nr.com

תכנית הקורס:

1) אינטרפולציה ואקסטרפולציה
2) אינטגרציה ונגזרות נומריות
3) פתרון של מערכת משוואות אלגבריות ליניאריות
4) מטריצות סינגולאריות
5) מספרים אקראיים
6) אינטגרציית מונטה קרלו
7) מציאת אפסים של פונקציה
8) מציאת מינימום של פונקציה רב ממדית
9) טרנספורם פורייה
10) משוואות דיפרנציאליות רגילות
11) התאמת מודל פיסיקלי לתוצאות ניסיוניות
12) משוואות דיפרנציאליות חלקיות
13) שימוש בתוכנת MATLAB, ב-C, בספרית NR, ובתוכנת MATHEMATICA

- בהצלחה !!!

- צביקה ורנן

פיתוח שיטה נומרית

1. רעיון מתמטי בסיסי
2. פיתוח לאלגוריתם מתמטי יותר כללי ויעיל
3. תרגום לתכנית (ב-C, Matlab, או Mathematica)

פיתוח תכנית נומרית

1. פיתוח פתרון / אלגוריתם / תרשים זרימה
2. תרגום לתכנית (ב-C)
3. Debugging (בדיקות להסרת שגיאות)

הקדמה ל- numerical recipes

סיום מיידי של תכנית:

```
void nrerror(char error_text[]);
nrerror("bad input in function integrate");
```

פונקציה כפרמטר, לדוגמא אינטגרל:

```
double trapez(double (*func) (double), double a, double b)
{
    double h=b-a;
    return h*(func(a)+func(b))/2.;
}
printf("%g\n",trapez(sqrt,1.,2.));
```

numerical recipes -הקדמה ל

```
float *vector(long nl, long nh);
void free_vector(float *v, long nl, long nh);
```

```
float func(float *v)
{
  return v[5];
}

float *v1;
v1=vector(5,10);
v1[5]=1.;
printf("%g\n",func(v1));
free_vector(v1,5,10);
```

v1[5], …, v1[10]

numerical recipes -הקדמה ל

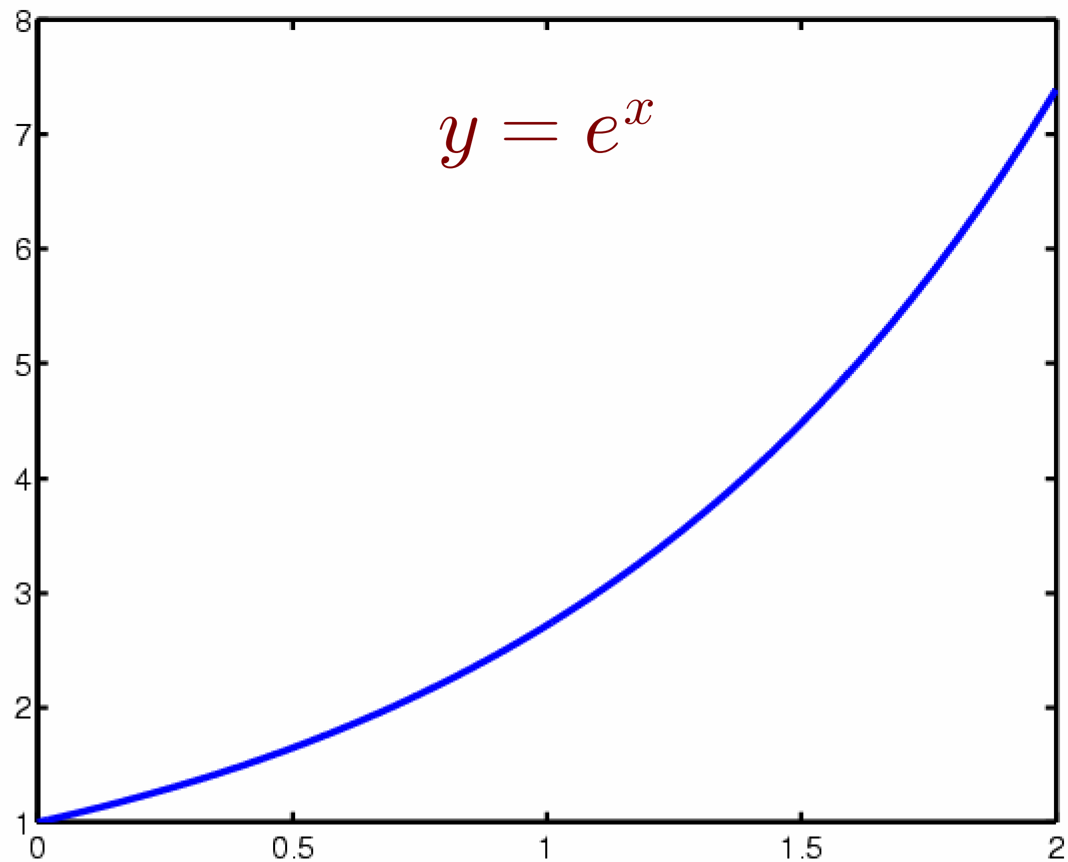
```
float **matrix(long nrl, long nrh, long ncl, long nch);
void free_matrix(float **m, long nrl, long nrh, long ncl, long nch);

float func(float **m)
{
  return m[4][15];
}

float **m1;
m1=matrix(1,5,10,20);
m1[4][15]=3.;
printf("%g\n",func(m1));
free_matrix(m1,1,5,10,20);
```

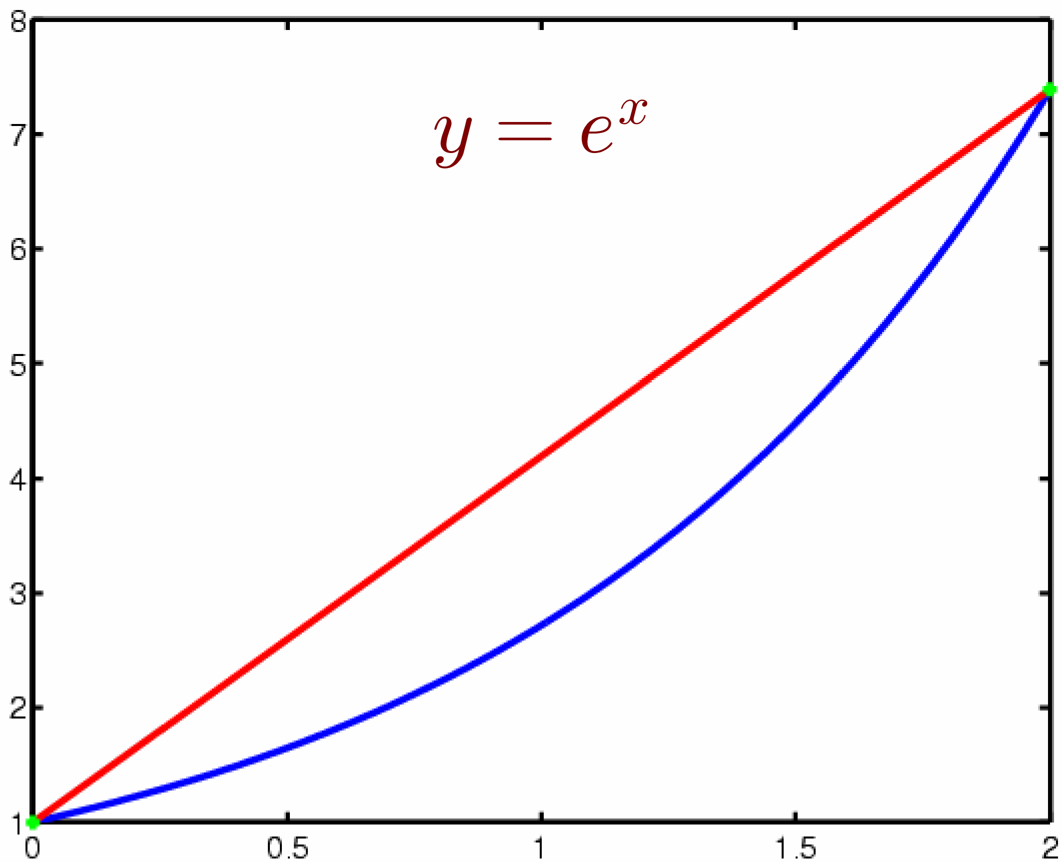
m1[1][10], …, m1[5][20]

אינטרפולציה ואקסטרפולציה



נתונה פונקציה

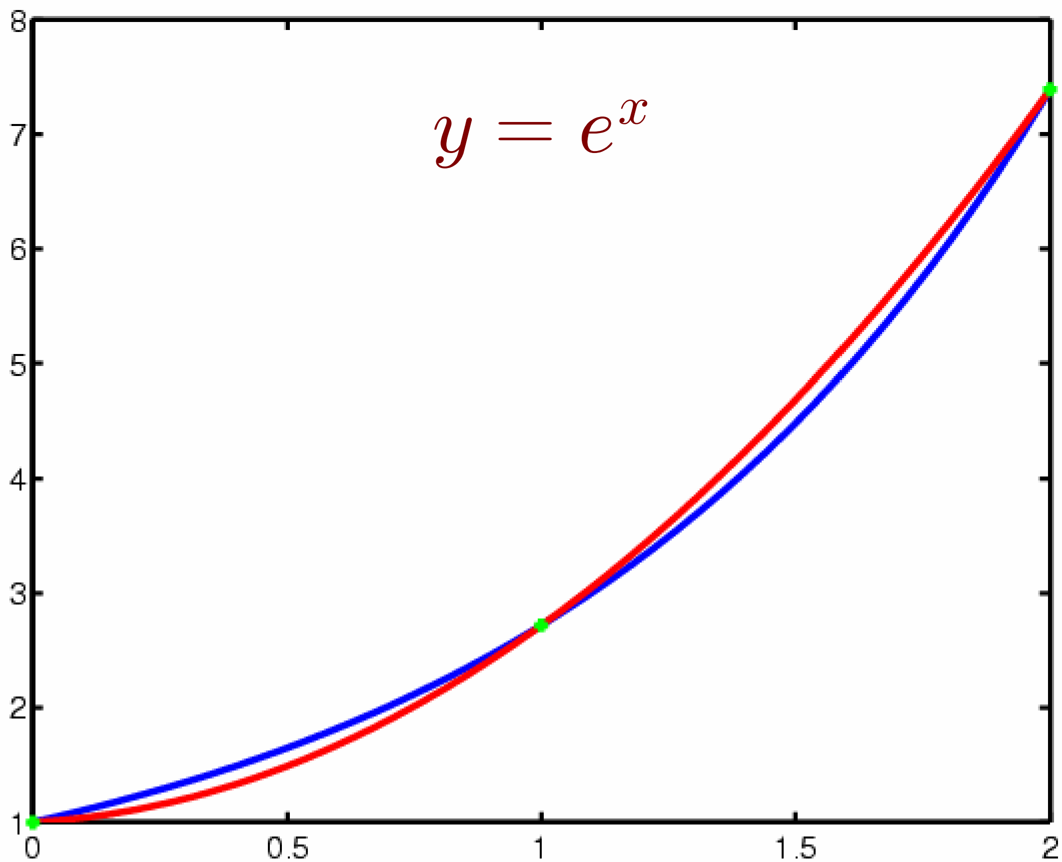
אינטרפולציה ואקסטרפולציה



נתונה פונקציה

אינטרפולציה ליניארית

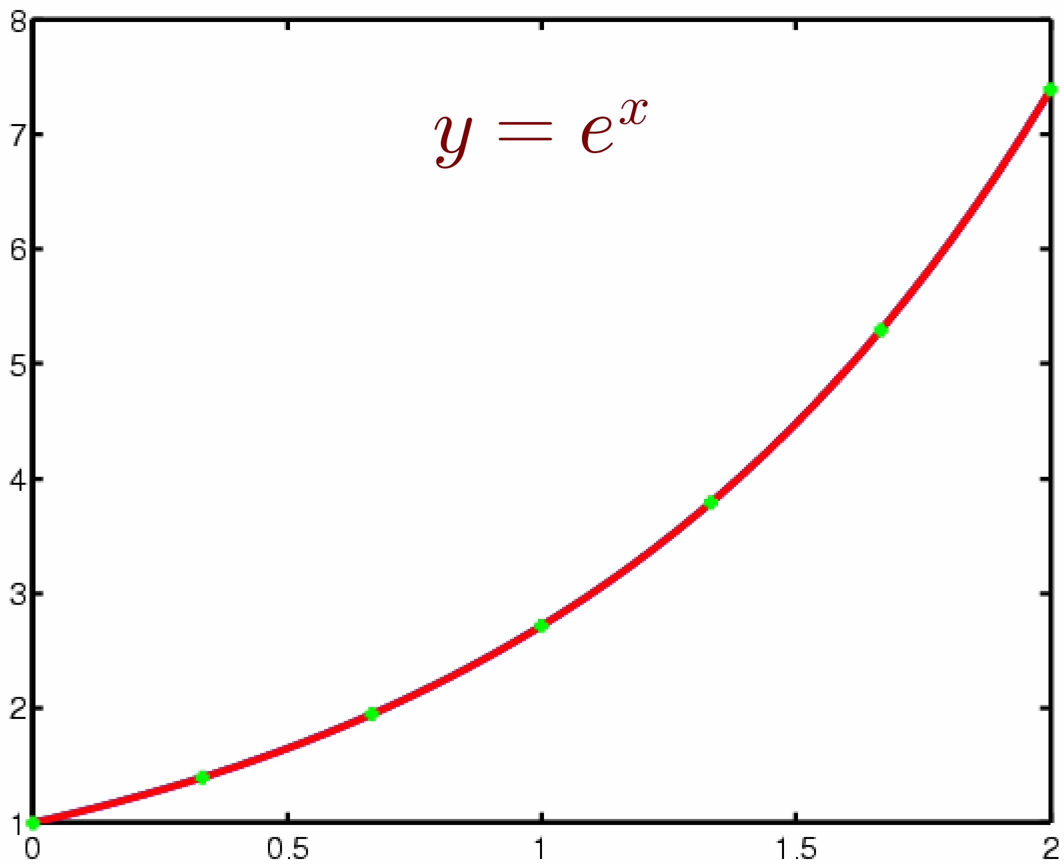
אינטרפולציה ואקסטרפולציה



נתונה פונקציה

אינטרפולציה
פרבולית

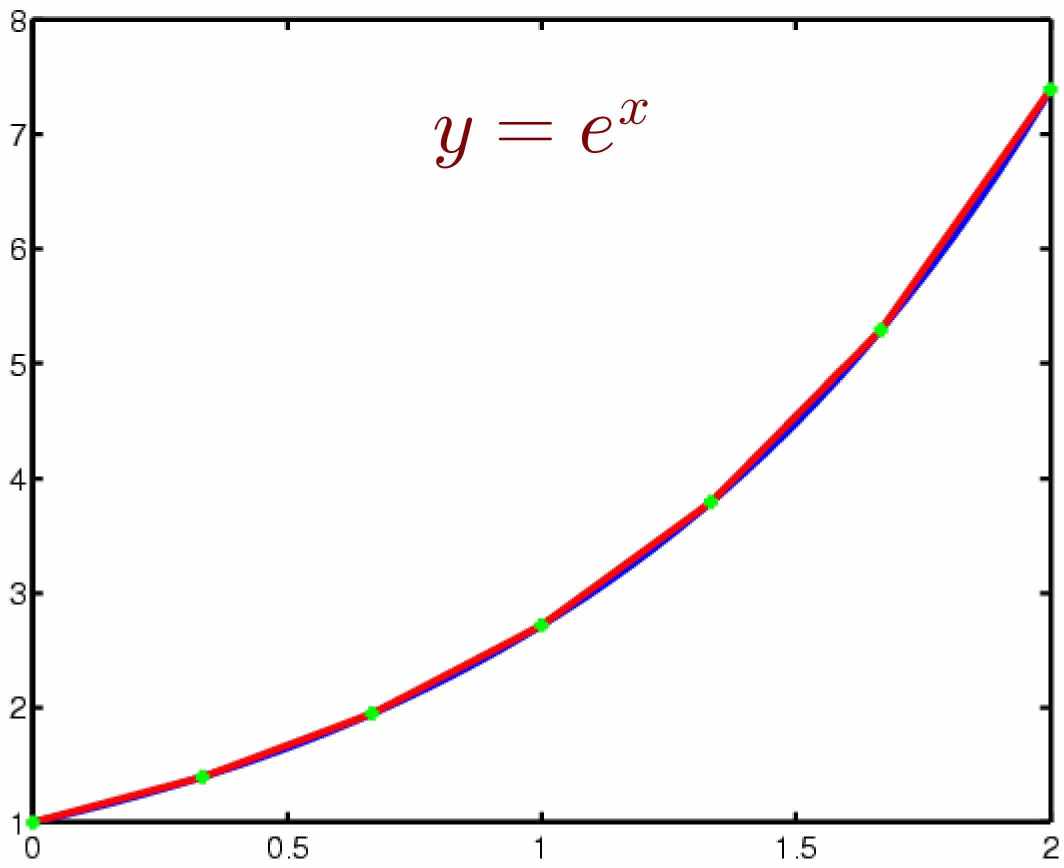
אינטרפולציה ואקסטרפולציה



נתונה פונקציה

אינטרפולציה
פולינומיאלית
(דרגה 6)

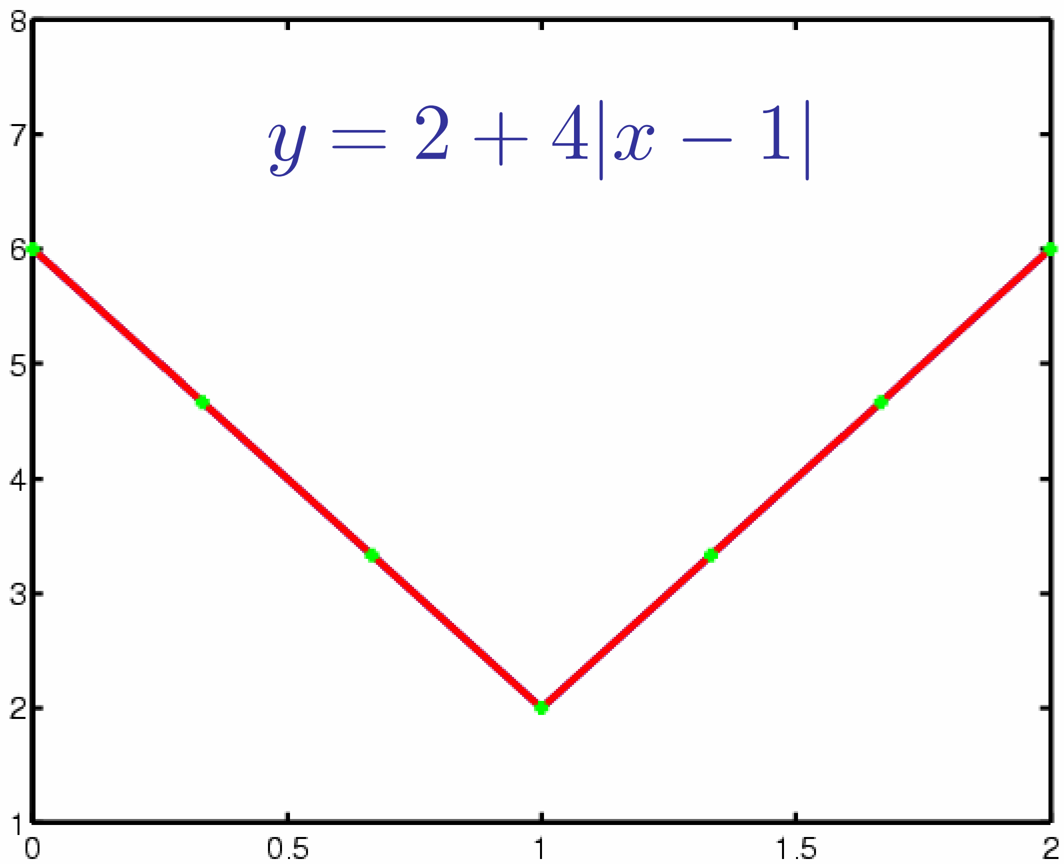
אינטרפולציה ואקסטרפולציה



נתונה פונקציה

אינטרפולציה
ליניארית בחלקים

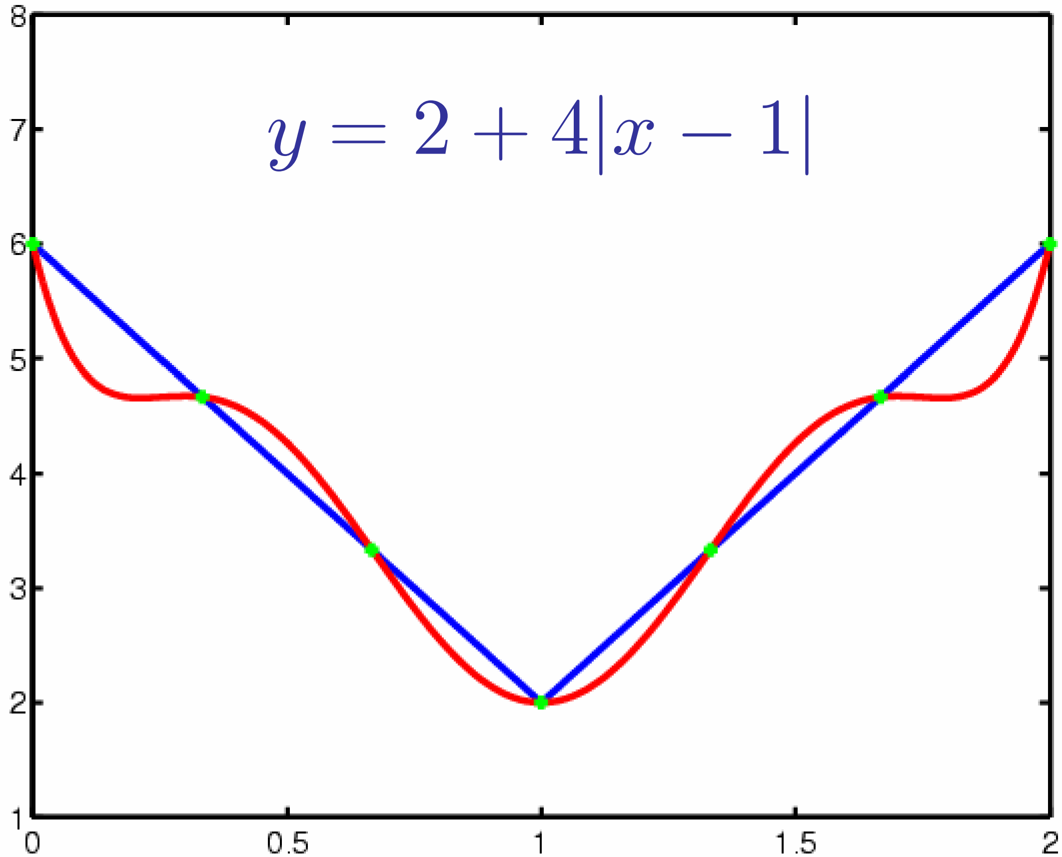
אינטרפולציה ואקסטרפולציה



פונקציה עם פינה

אינטרפולציה
ליניארית בחלקים

אינטרפולציה ואקסטרפולציה



פונקציה עם פינה

אינטרפולציה
פולינומיאלית
(דרגה 6)

אינטרפולציה פולינומיאלית

$$x_1, \quad x_2, \quad \ldots \quad , \quad x_n$$

$$y_1, \quad y_2, \quad \ldots \quad , \quad y_n$$

נתון : פולינום
שעובר ב-n נקודות

$$p(x_i) = y_i$$

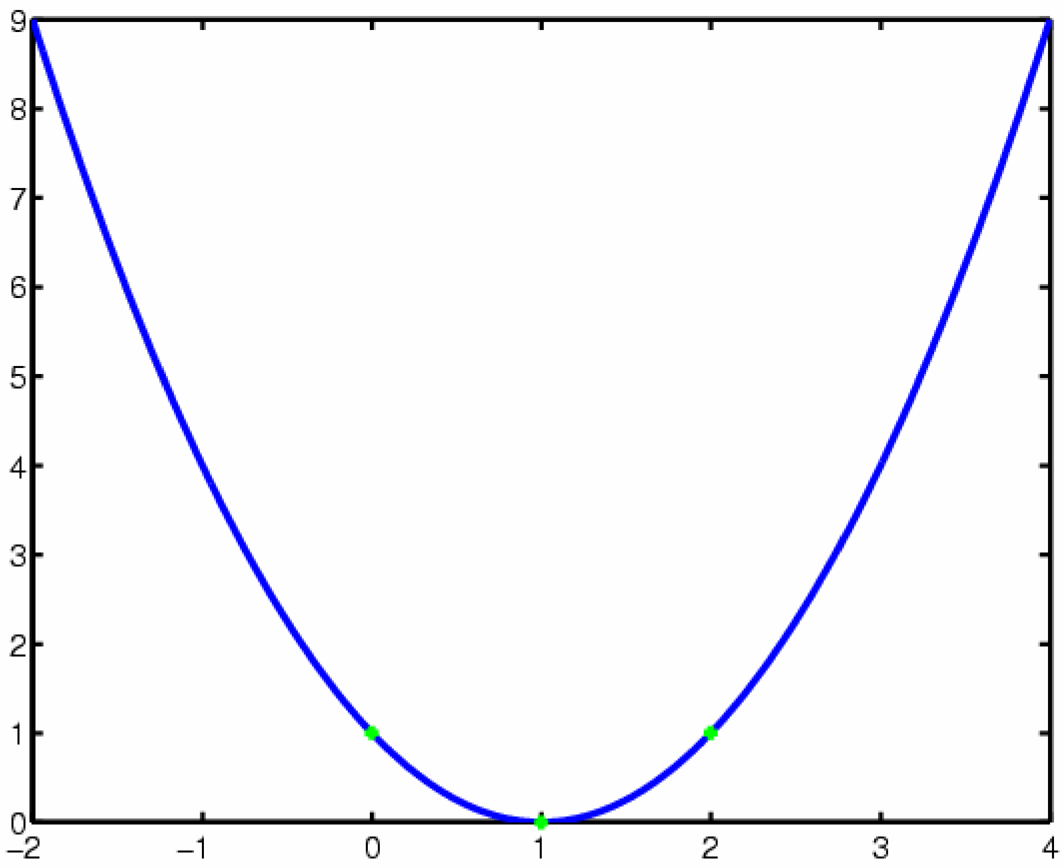
דוגמא לפתרון לפי
נוסחת Lagrange:

$$(1,0) \quad ,(2,1), \quad (0,1)$$

$$p(x) = \frac{(x-2)(x)}{(1-2)(1)}\,0 + \frac{(x-1)(x)}{(2-1)(2)}\,1 + \frac{(x-1)(x-2)}{(-1)(-2)}\,1$$

$$= (x-1)^2$$

אינטרפולציה פולינומיאלית



<u>דוגמא:</u>
פרבולה שעוברת
דרך שלש נקודות
נתונות

אינטרפולציה פולינומיאלית

$$\mathbf{p(x)} = \frac{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_2)(\mathbf{x}-\mathbf{x}_3)\ldots(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\mathbf{n})}{(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2)(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_3)\ldots(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_\mathbf{n})}\mathbf{y}_1$$

$$+\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_1)(\mathbf{x}-\mathbf{x}_3)\ldots(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\mathbf{n})}{(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1)(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_3)\ldots(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_\mathbf{n})}\mathbf{y}_2$$

$$+ \\ \vdots$$

$$+\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_1)(\mathbf{x}-\mathbf{x}_2)\ldots(\mathbf{x}-\mathbf{x}_{\mathbf{n}-1})}{(\mathbf{x}_\mathbf{n}-\mathbf{x}_1)(\mathbf{x}_\mathbf{n}-\mathbf{x}_2)\ldots(\mathbf{x}_\mathbf{n}-\mathbf{x}_{\mathbf{n}-1})}\mathbf{y}_\mathbf{n}$$

פתרון כללי:
נוסחת
Lagrange

אלגוריתם של Neville

$\mathbf{x}_1 : \quad \mathbf{y}_1 = \mathbf{p}_1$

$\mathbf{p}_{12}$

$\mathbf{x}_2 : \quad \mathbf{y}_2 = \mathbf{p}_2$

$\mathbf{p}_{123}$

$\mathbf{p}_{23}$

$\mathbf{p}_{1234}$

$\mathbf{x}_3 : \quad \mathbf{y}_3 = \mathbf{p}_3$

$\mathbf{p}_{234}$

$\mathbf{p}_{34}$

$\mathbf{x}_4 : \quad \mathbf{y}_4 = \mathbf{p}_4$

פתרון כללי
יותר יעיל