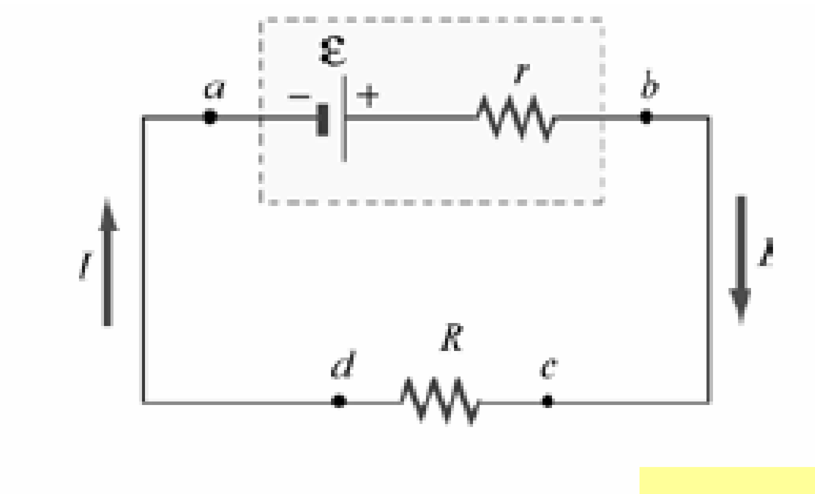
התנגדות פנימית

לסוללות לא אידיאליות יש התנגדות פנימית r. במקרה זה חלק מההספק הולך לאיבוד. המודל שלנו לסוללה מורכב ממקור כא"מ אידיאלי מחובר בטור לנגד עם התנגדות r.



חוק קירקהוף נותן:

$$\varepsilon = Ir + IR$$

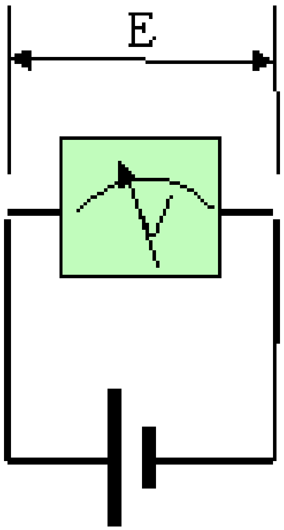
המתח בין הדקי הסוללה: $V_b - V_a = \varepsilon - Ir$

ההספק החופשי: $P_{bat} = I\varepsilon - I^2 r$

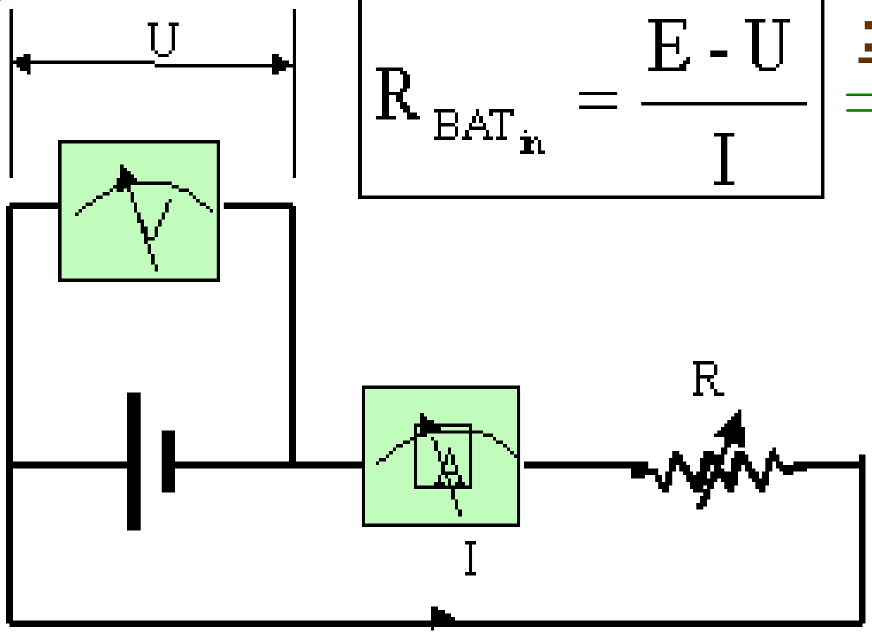
(ז"א, ההספק שנשאר ליתר המעגל חוץ מהסוללה)

מדידת התנגדות פנימית של סוללה

מדידת המתח E, כשאין זרם במעגל: ε

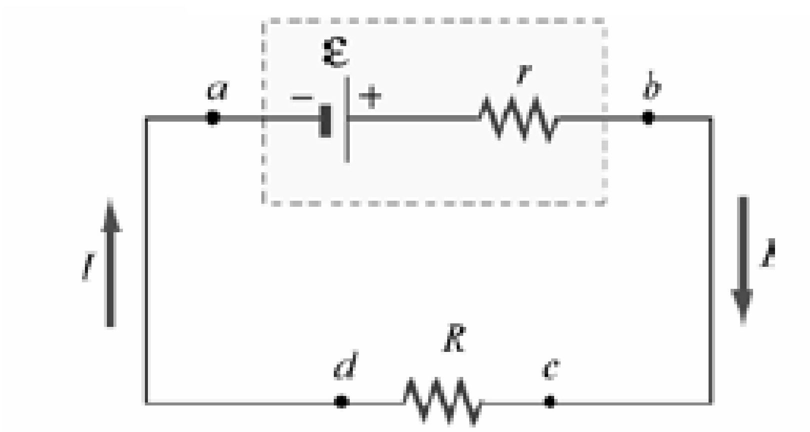


$\varepsilon - Ir$ **מדידת המתח U והזרם I:**



חישוב r:

$$\boxed{R_{BAT_{in}} = \frac{E - U}{I}} = r$$



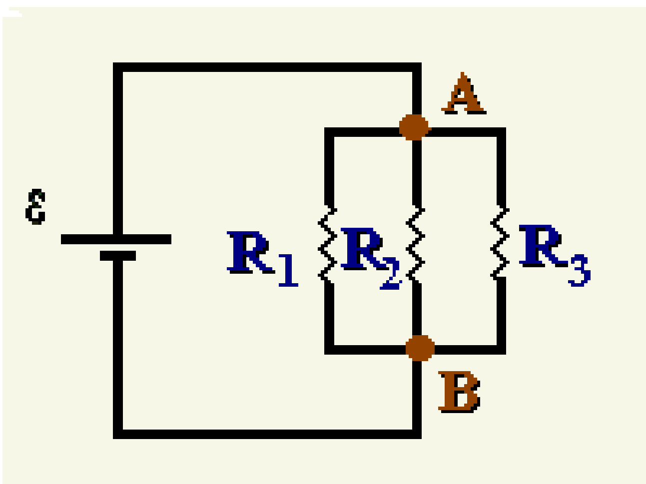
$$\varepsilon = Ir + IR \qquad V_{ab} = \varepsilon - Ir$$

ניתוח מעגלים

<u>חוק קירקהוף #1:</u> $\Delta V=0$ במעגל סגור.

<u>חוק קירקהוף #2:</u> זרם מתפצל.

<u>הערה #1:</u> מנחשים את כיוון כל זרם I_1. כשעוברים דרך נגד R בכיוון של I_1, $\Delta V = -I_1 R$. (שיטה זו עובדת אוטומטית: אם ניחשנו כיוון לא נכון, אז בסוף נמצא ש- I_1 שלילי)



<u>הערה #2:</u> אפשר להפעיל את חוק #1 גם, למשל, מ- A ל-B וחזרה, במעגל משמאל: $\Delta V = I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0$

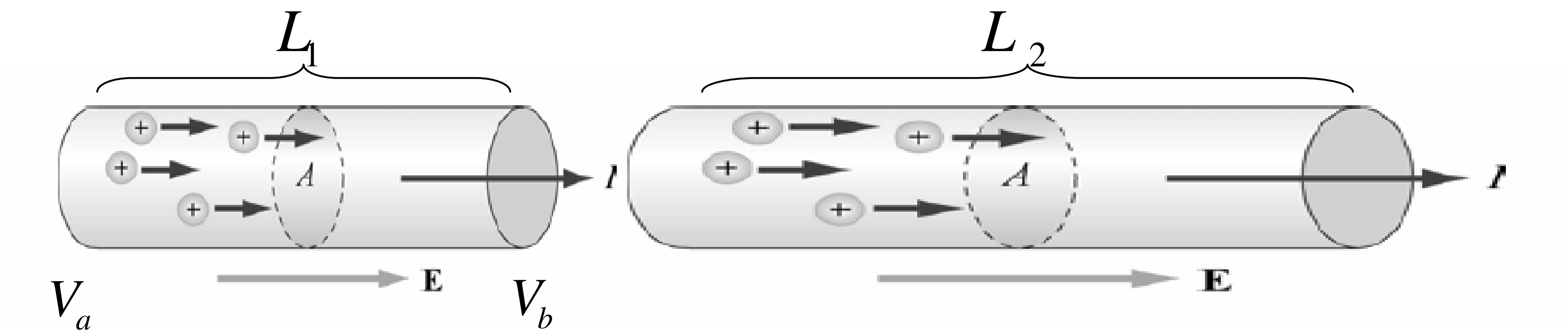
ולכן, תמיד בחיבור במקביל: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

אז למשל, אם ניקח: $R_1 = 0$ אז הזרם כולו יעבור דרך R_1 וידלג על שאר הנגדים. זוהי דוגמא לקצר.

נגדים בטור ובמקביל: ניתן להוכיח גם ישר מנוסחא זו:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

למשל, שני נגדים בטור, בעלי אותו A אבל אורכים שונים:



כיוון ש: $L = L_1 + L_2$ **מקבלים את הנוסחא בטור:**

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

שני נגדים במקביל, בעלי אותו L אך שטחים שונים:

הזרם זורם בשניהם:

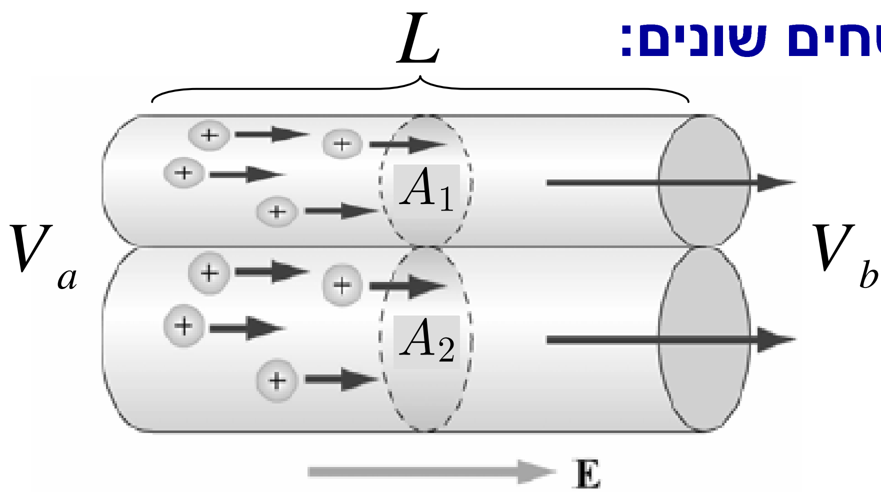
$$I = I_1 + I_2$$

השטח הכולל:

$$A = A_1 + A_2$$

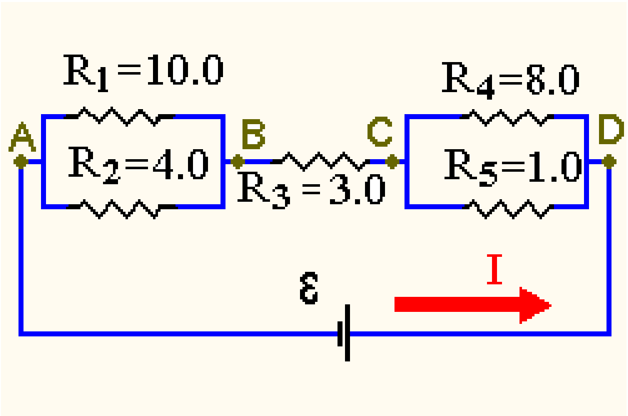
וכך מקבלים את הנוסחא במקביל:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

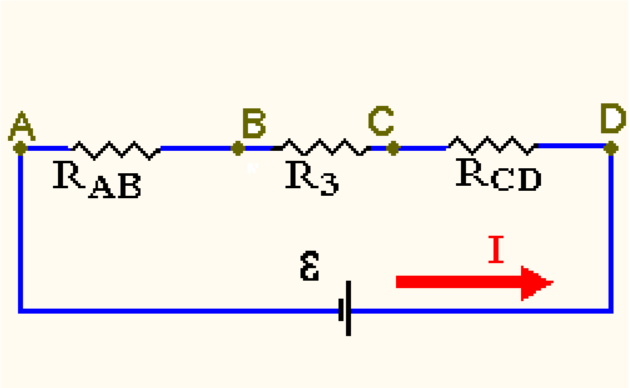


נגדים: דוגמא #1 (יחידות Ω)

מעגל נתון:



מעגל שקול:



לוקחים זוגות במקביל על מנת לפשט את המעגל הנתון ולקבל במקומו את המעגל השקול.

$$\frac{1}{R_{\mathrm{AB}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0.1 + 0.25 = 0.35$$

$$R_{\mathrm{AB}} = 2.857\,\Omega$$

$$\frac{1}{R_{\mathrm{CD}}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = 0.125 + 1 = 1.125$$

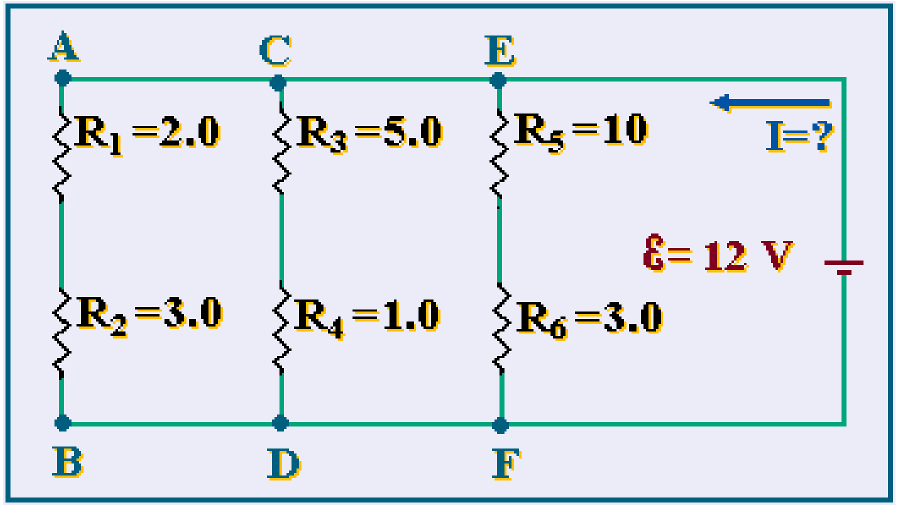
$$R_{\mathrm{CD}} = 0.889\,\Omega$$

לבסוף, יש לנו שלשה נגדים בטור,
אז ההתנגדות השקולה לכל המעגל היא:

$$R_{eq} = R_{\mathrm{AB}} + R_3 + R_{\mathrm{CD}} = 6.746\,\Omega$$

נגדים: דוגמא #2

מעגל נתון:



לוקחים שלשה זוגות בטור:

$$R_{\mathrm{AB}} = 5\,\Omega \qquad R_{\mathrm{CD}} = 6\,\Omega \qquad R_{\mathrm{EF}} = 13\,\Omega$$

לבסוף, יש לנו שלשה נגדים במקביל:

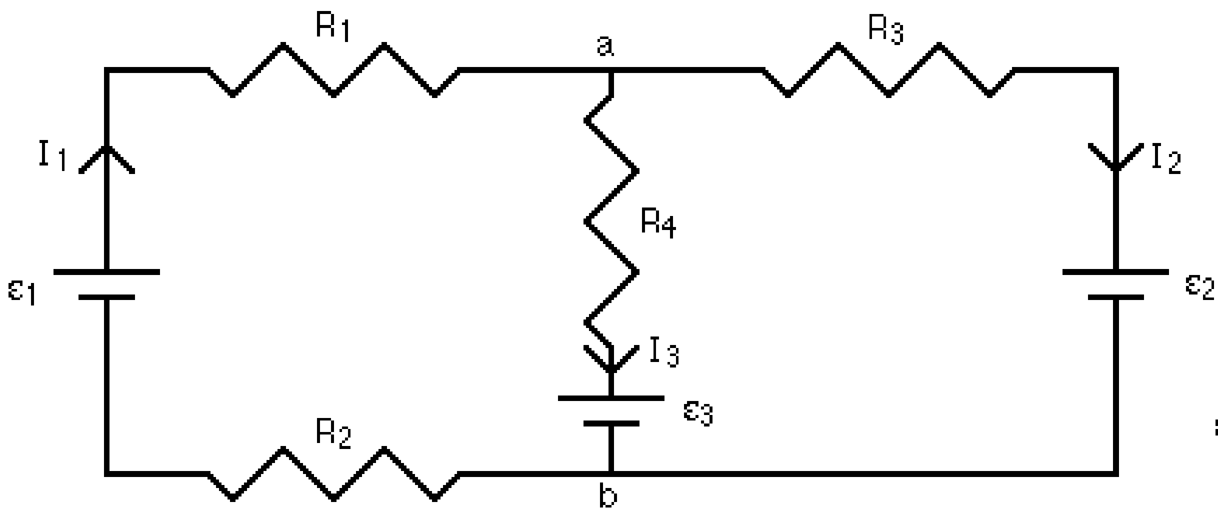
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{\mathrm{AB}}} + \frac{1}{R_{\mathrm{CD}}} + \frac{1}{R_{\mathrm{EF}}}$$

$$R_{eq} = 2.25\,\Omega$$

והזרם הכולל במעגל:

$$I = 12\,V/2.25\,\Omega = 5.32\,A$$

נגדים: דוגמא #3



מעגל נתון:

$R_1 = 6\,\Omega$ $R_2 = 4\,\Omega$

$R_3 = 4\,\Omega$ $R_4 = 1\,\Omega$

$\varepsilon_1 = 19\text{ V}$ $\varepsilon_2 = 6\text{ V}$ $\varepsilon_3 = 2\text{ V}$

חוק קירקהוף #2 (בהתפצלות a או b): $I_1 = I_2 + I_3$

חוק #1 מהפינה השמאלית למטה, דרך a, b וחזרה: $+\varepsilon_1 - I_1R_1 - I_3R_4 - \varepsilon_3 - I_1R_2 = 0$

חוק #1 מהפינה הימנית למטה, דרך a, b וחזרה: $+\varepsilon_2 + I_2R_3 - I_3R_4 - \varepsilon_3 = 0$

נכניס את הנתונים לשתי המשוואות מחוק #1:

$+19 - 6I_1 - I_3 - 2 - 4I_1 = 0$ so $10I_1 + I_3 = 17$

$+6 + 4I_2 - I_3 - 2 = 0$ so $4I_2 - I_3 = -4$

נגדים: דוגמא #3

יש לנו שלשה נעלמים (שלשת הזרמים), ואותו מספר משוואות.
משתמשים במשוואה אחת על מנת למצוא את אחד המשתנים כפונקציה של השניים האחרים. למשל: $I_3 = I_1 - I_2$
ואז מציבים את I_3 במשוואות האחרות:

$$10I_1 + (I_1 - I_2) = 17 \quad \text{so} \quad 11I_1 - I_2 = 17$$

$$4I_2 - (I_1 - I_2) = -4 \quad \text{so} \quad -I_1 + 5I_2 = -4$$

כך קיבלנו שתי משוואות בשני נעלמים. עכשיו שוב, משתמשים במשוואה אחת ומוצאים את אחד המשתנים:

$$I_1 = 5\,I_2 + 4$$

ואז מציבים במשוואה שנותרה:

$$11(5\,I_2 + 4) - I_2 = 17 \quad \text{so} \quad 54\,I_2 = -27$$

אז מצאנו:

$$I_2 = -0.5\ \text{A}$$

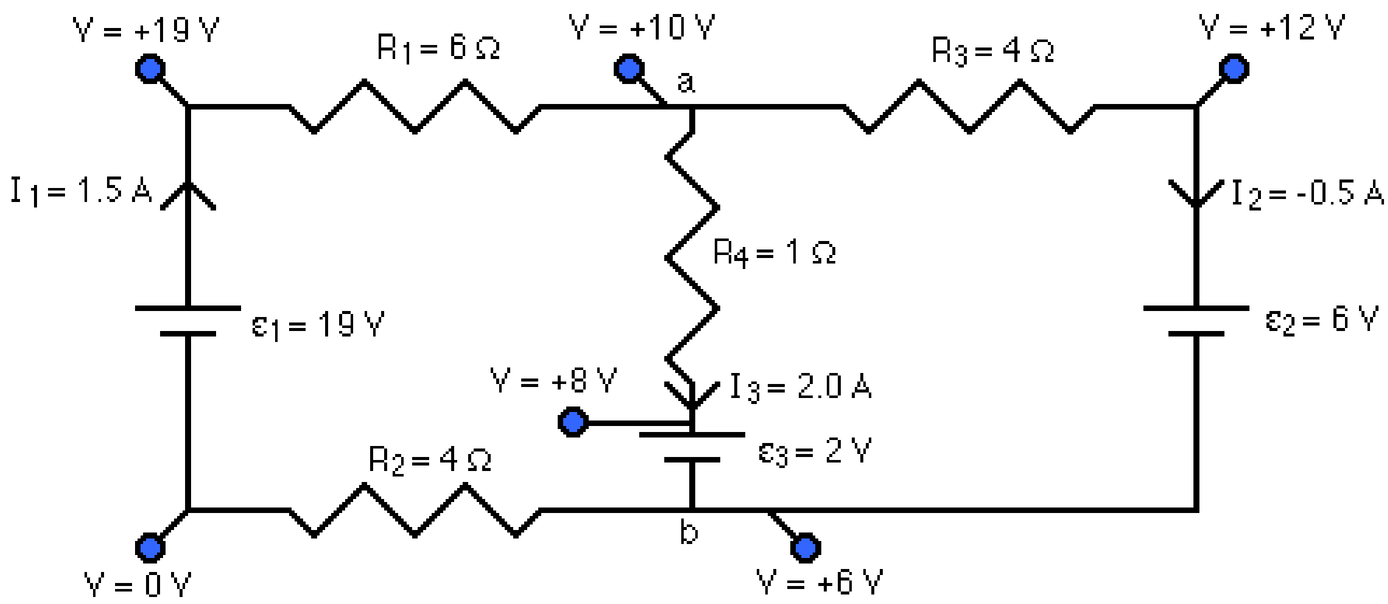
וממשוואות קודמות מוצאים גם:

$$I_1 = 5\,I_2 + 4 \quad \text{so} \quad I_1 = 5(-0.5) + 4 = 1.5\ \text{A}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 \quad \text{so} \quad I_3 = 1.5 - (-0.5) = 2.0\ \text{A}$$

נגדים: דוגמא #3

עכשיו אפשר למפות את הפוטנציאל בכל נקודה במעגל. מתחילים עם V=0 בנקודה שרירותית (למשל, בפינה השמאלית למטה).
כך, למשל, אם השאלה הייתה למצוא את הפרש המתחים בין הפינה הימנית למטה והפינה השמאלית למעלה, אז התשובה היא 13V.



מעגל RC (טעינת ופריקת קבל)

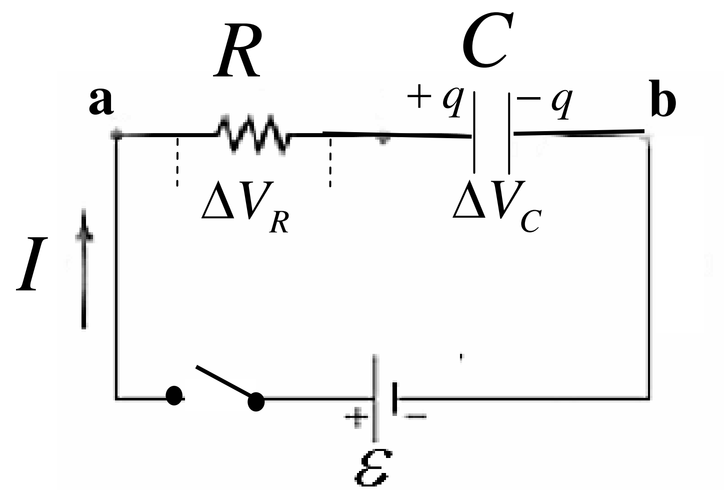
<u>טעינה:</u> מתחילים ממצב בו אין מטען על הקבל.
בזמן t=0 סוגרים את המתג והקבל מתחיל להיטען.

נסמן ב- q=q(t) את המטען בזמן t כלשהו. תנאי ההתחלה הוא: q(t=0)=0 .

הפרש הפוטנציאלים בין לוחות הקבל ברגע נתון: $\Delta V_c = q/C$

הפרש הפוטנציאלים על הנגד ברגע נתון: $\Delta V_R = IR$

הזרם הרגעי הוא: $I = \frac{dq}{dt}$



חוק #1: $\varepsilon - \Delta V_R - \Delta V_C = 0$

$$\Downarrow$$

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = \boxed{\varepsilon - \frac{q}{C} - R\frac{dq}{dt} = 0}$$

נתונים ε, R, C ומחפשים q(t) שיקיים את המשוואה.

פיתרון המשוואה הוא: $q(t) = \varepsilon C(1 - e^{-t/RC})$

הזרם $I(t) = dq/dt = (\varepsilon / R)e^{-t/RC}$

לגודל τ=RC יחידות של זמן והוא נקרא הזמן האופייני של המעגל.
הגודל t/RC חסר יחידות.

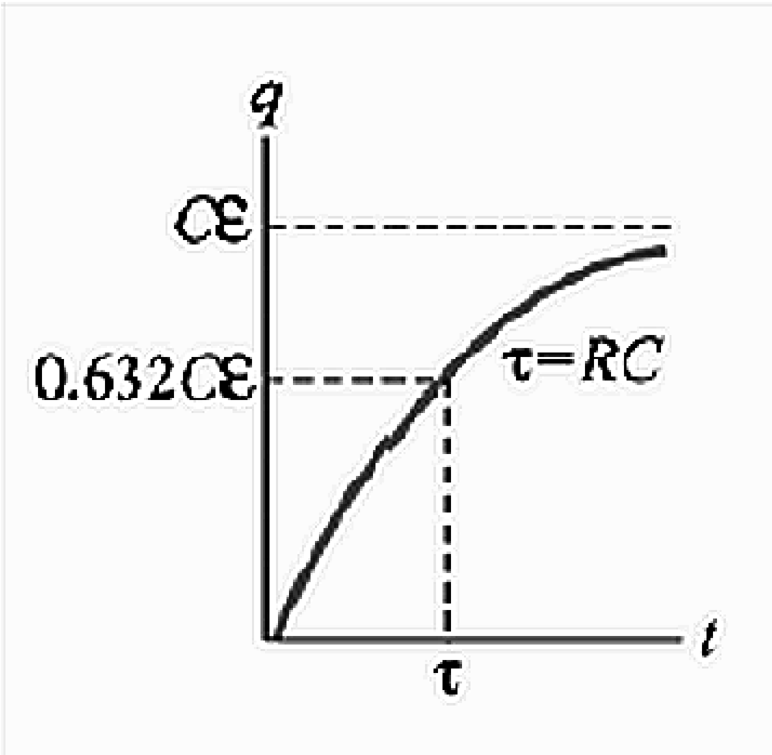
מתקיים:

$$q(t \rightarrow \infty) \equiv q_f = \varepsilon C \quad ; q(t = 0) = 0$$

$$I(t \rightarrow \infty) = 0 \quad ; I(t = 0) = \varepsilon / R$$

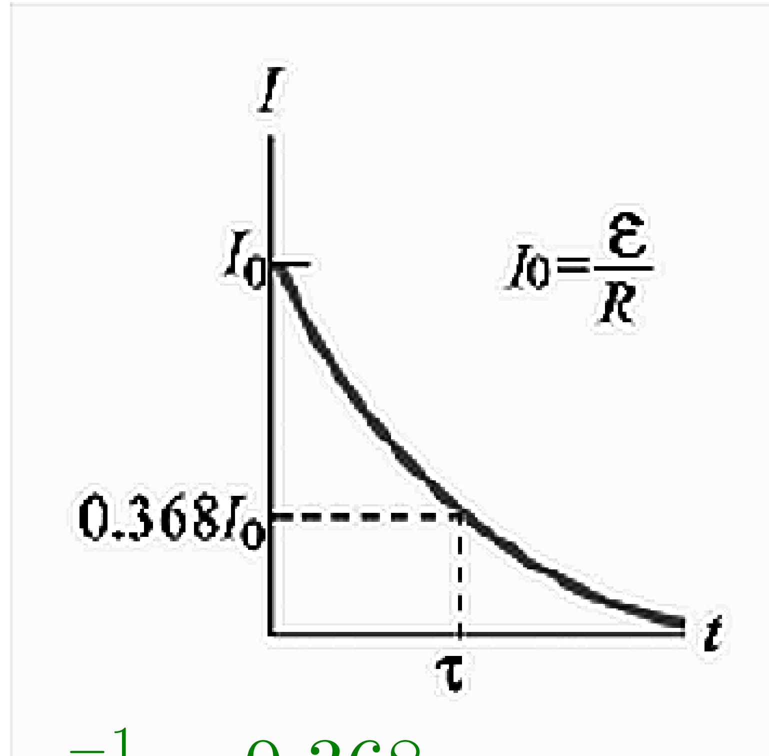
תוצאות אלו ניתן לראות מתמטית, מהפתרונות למעלה, או ישר מהמעגל. בהתחלה (t=0) הקבל עוד לא טעון ואיננו משפיע. בסוף (t→∞) הקבל טעון ומתנגד לבטרייה, כך שהזרם נפסק.

תצוגה גראפית של ההשתנות בזמן של הזרם במעגל ושל המטען על הקבל:



$$1 - e^{-1} = 0.632$$

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$



$$e^{-1} = 0.368$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$