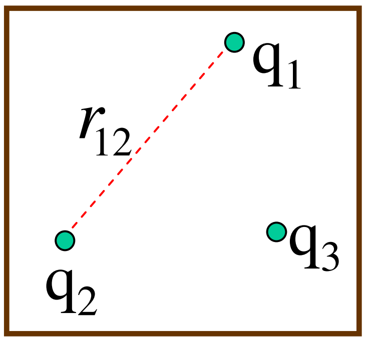
אנרגיה פוטנציאלית של מערכת מטענים נקודתיים

מהי העבודה הנדרשת להבאת המטענים מאינסוף? אנו מביאים אותם אחד אחרי השני, והעבודה הנדרשת הפוכה לעבודת הכוח החשמלי.



עבור מטען 1: $W_1 = 0$

כי אין כוח חשמלי על המטען הראשון.

עבור מטען 2: $W_2 = \frac{kq_1 q_2}{r_{12}}$

כי המטען השני עובר את הפרש הפוטנציאל שהמטען הראשון מפעיל: $\triangle V = k\frac{q_1}{r_{12}}$

עבור מטען 3: $W_3 = \frac{kq_1 q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2 q_3}{r_{23}}$

ע"י סופרפוזיציה של האנרגיה הפוטנציאלית של q_3 הנובעת ממטען q_1 בנפרד, וממטען q_2 בנפרד.

באופן כללי עבור מטען j: $W_j = \sum_{i<j} \frac{kq_i q_j}{r_{ij}}$

סה"כ האנרגיה עבור 3 מטענים:

$$U_3 = W_1 + W_2 + W_3 = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}$$

אפשר להראות שהסה"כ במקרה הכללי:

$$U_k = \sum_{j=1}^{k} W_j = \sum_{i,j<k} \frac{kq_iq_j}{r_{ij}}$$

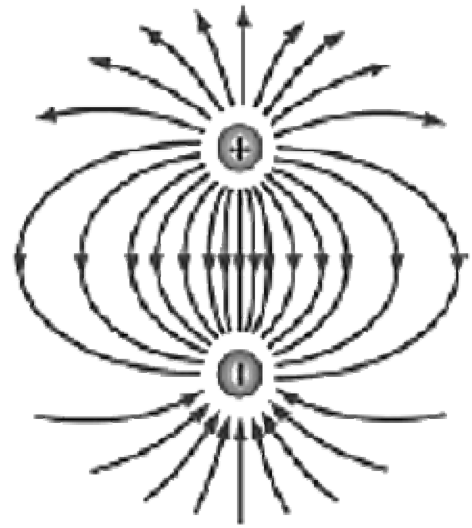
סופרים כל זוג מטענים רק פעם אחת

זהירות! אין כאן סופרפוזיציה פשוטה!

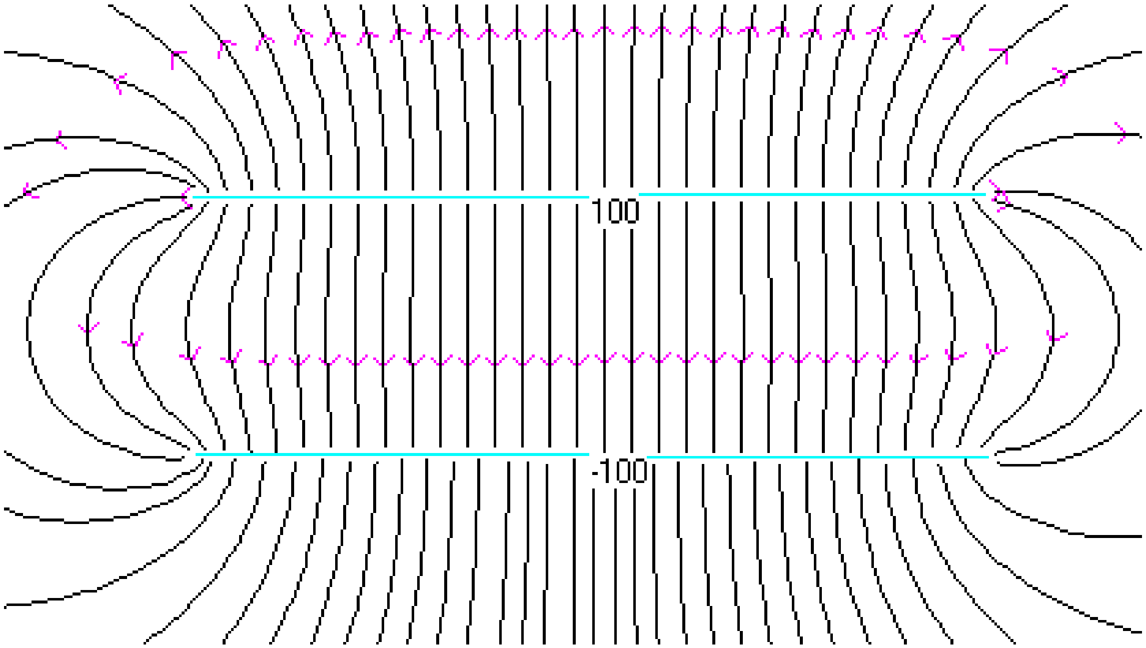
(דוגמא: אם מגדילים את כל ה-q פי 2 אז האנרגיה גדלה פי 4, לא פי 2)

קווי שדה

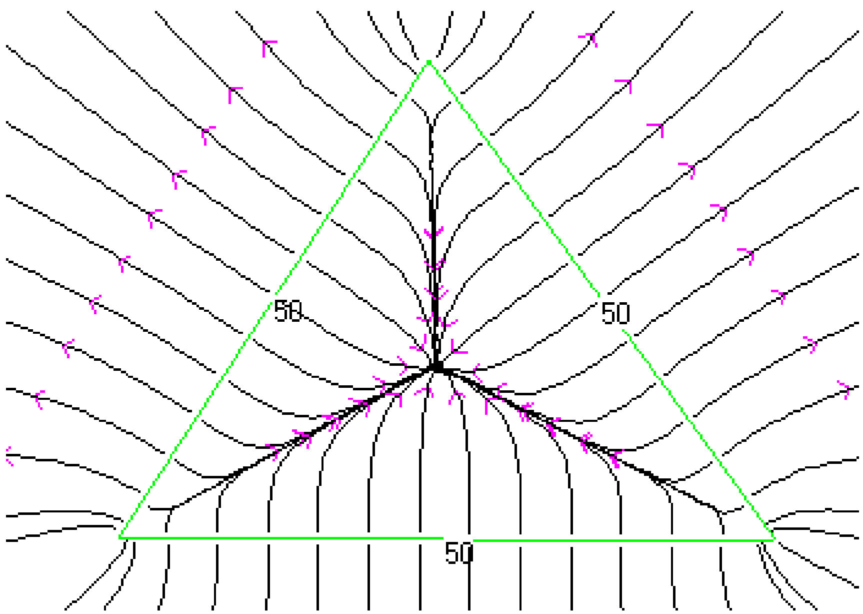
2 מטענים:



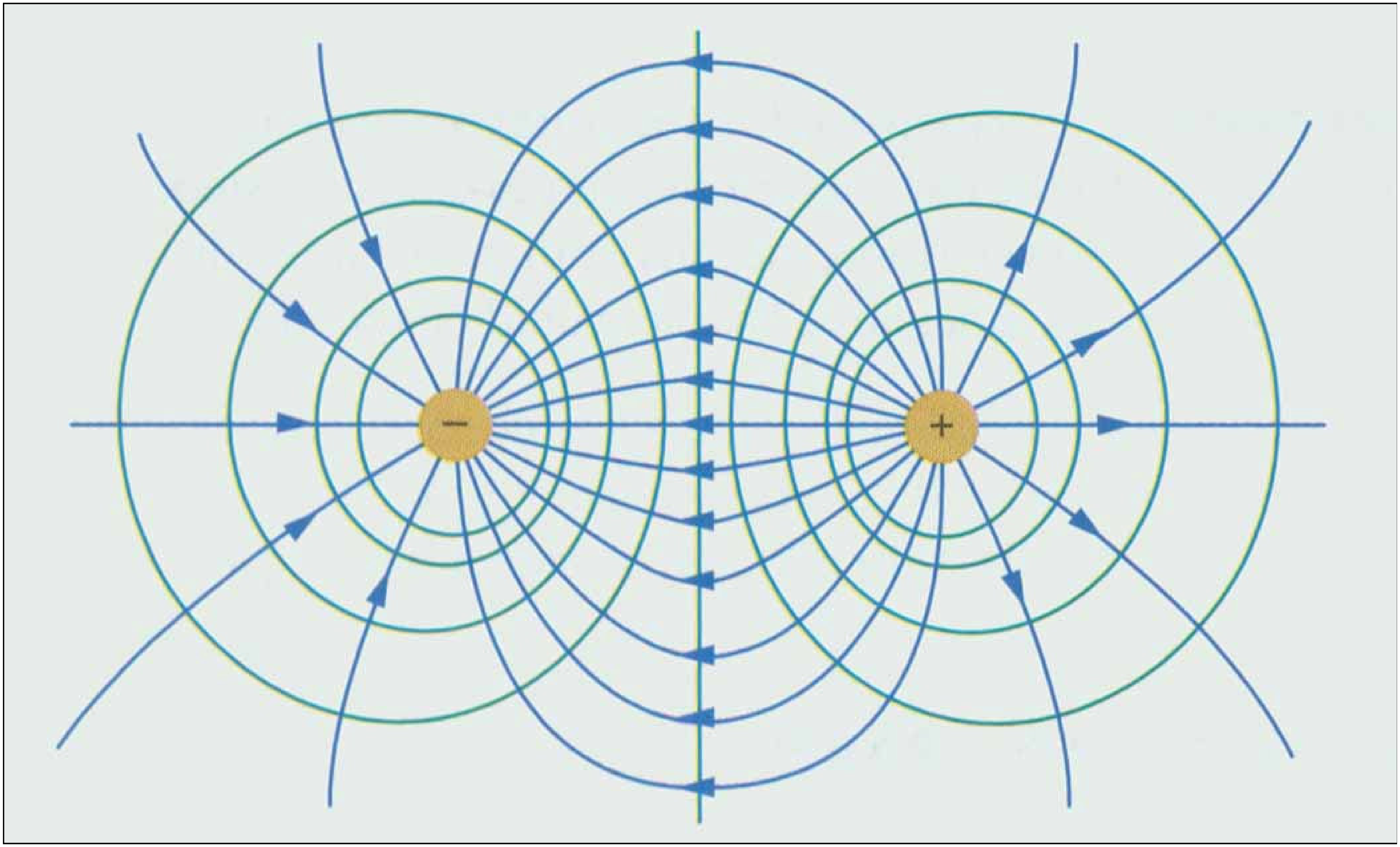
2 לוחות סופיים:

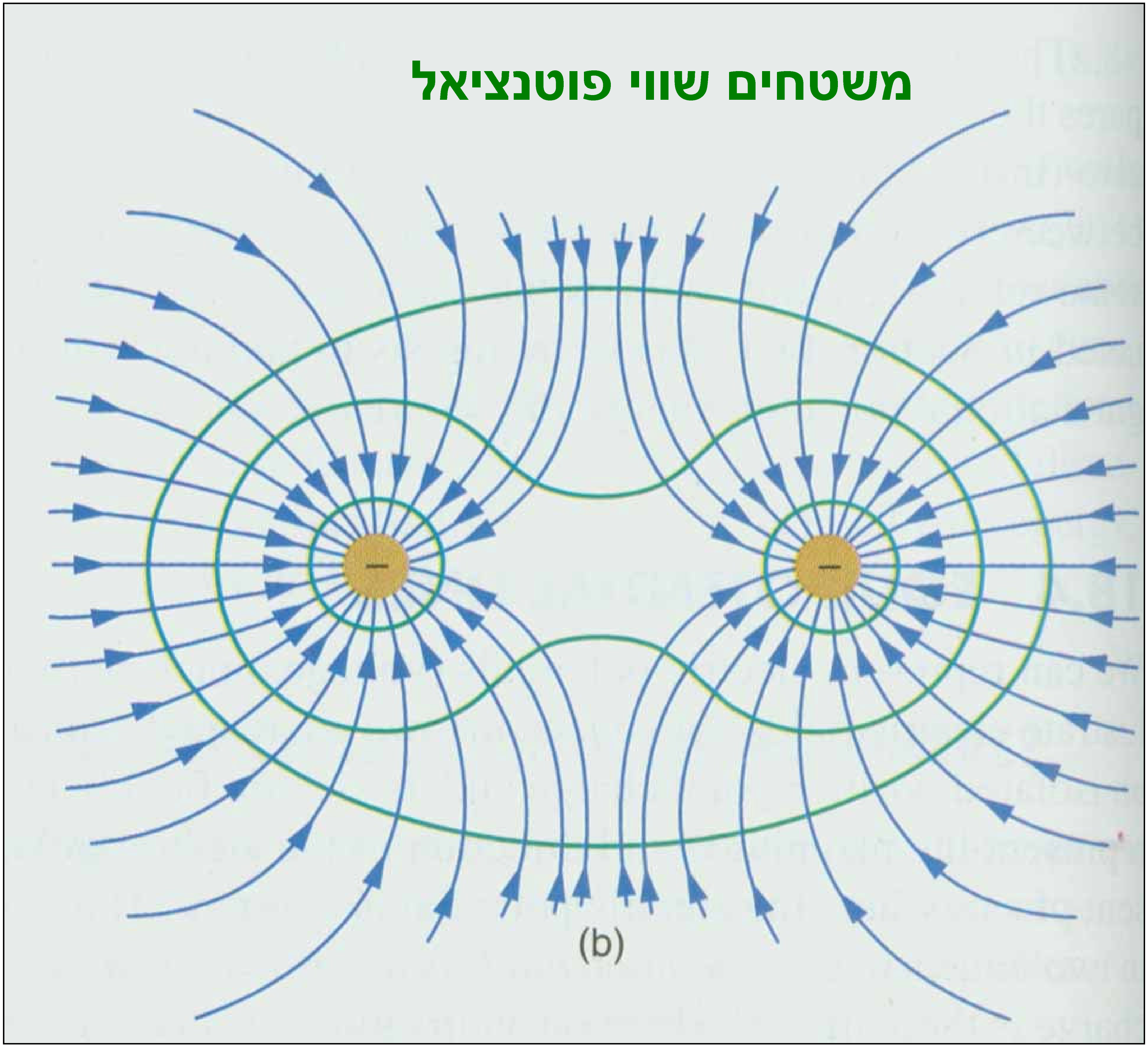


3 לוחות בצורת משולש (E=0 במרכז המשולש):



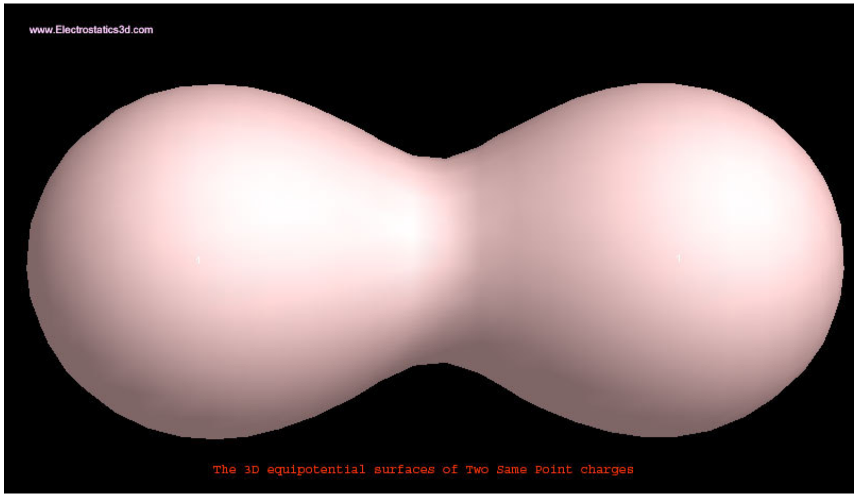
משטחים שווי פוטנציאל (ניצבים לקווי השדה)



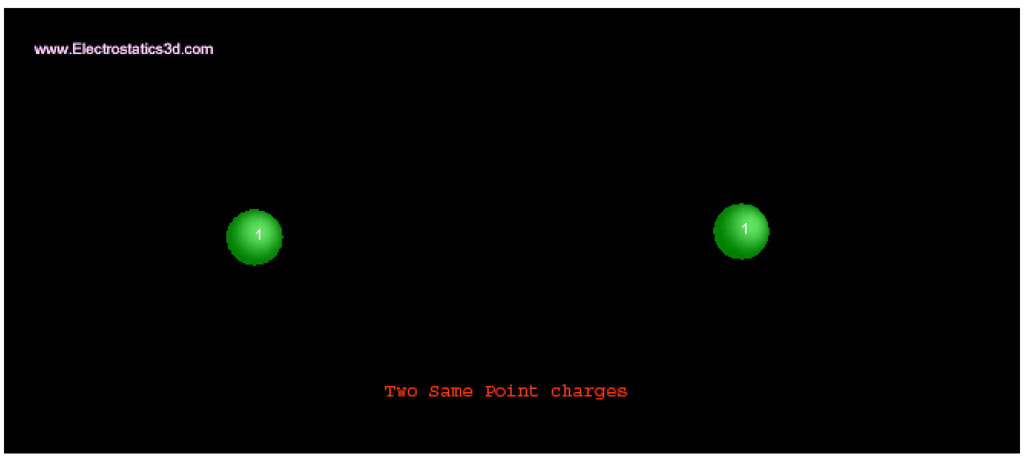

משטחים שווי פוטנציאל
−
−
(b)

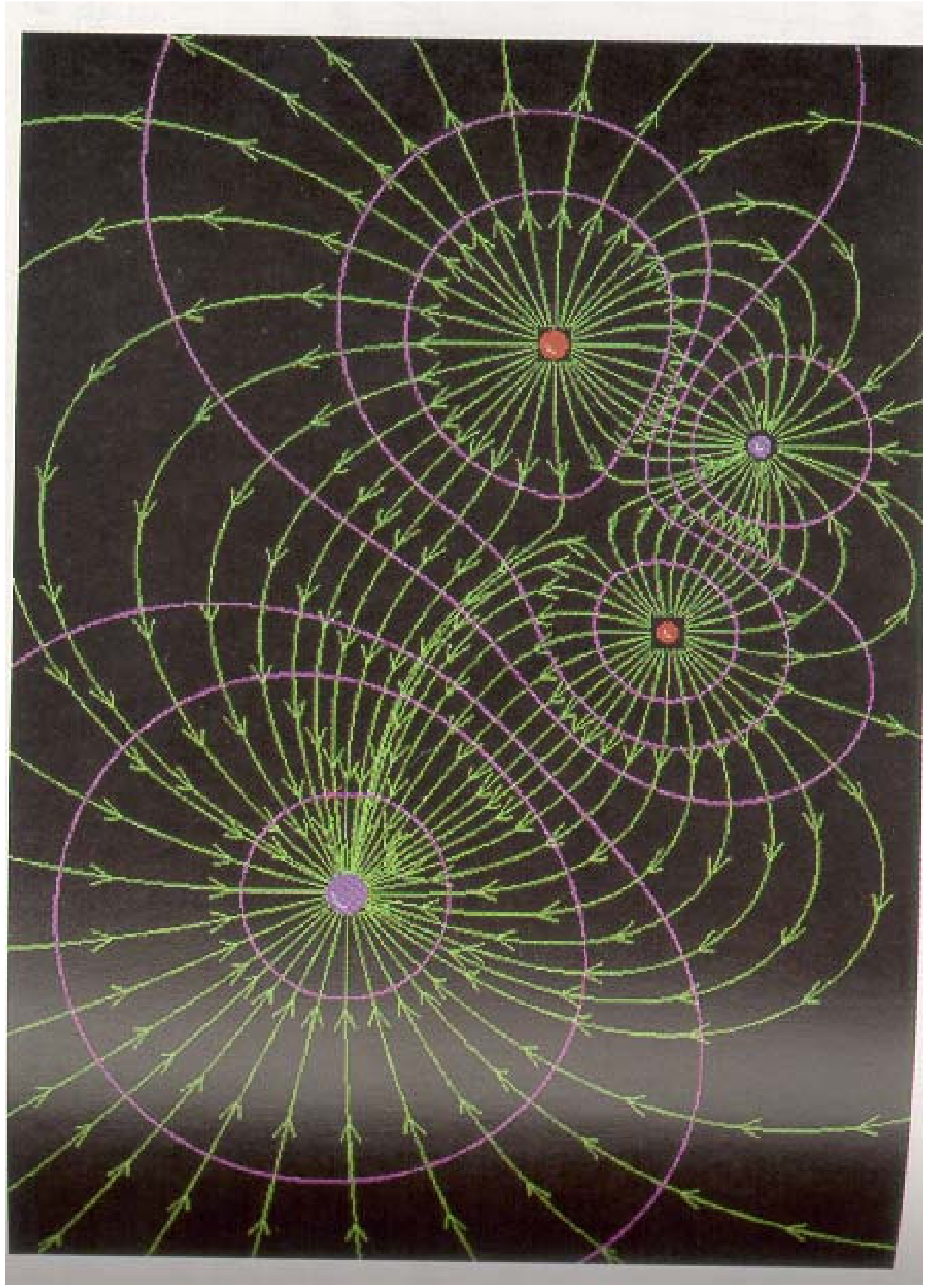
משטחים שווי פוטנציאל

שוב, 2 מטענים זהים.
דוגמא לצורה התלת-
מימדית של משטח
שווה פוטנציאל:



2 המטענים:





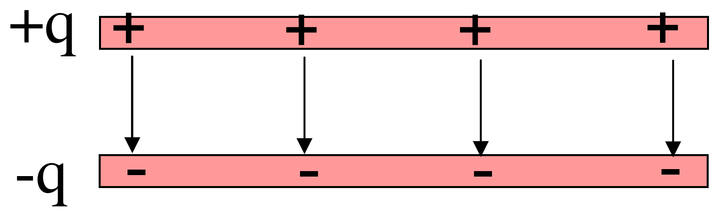
משטחים שווי פוטנציאל

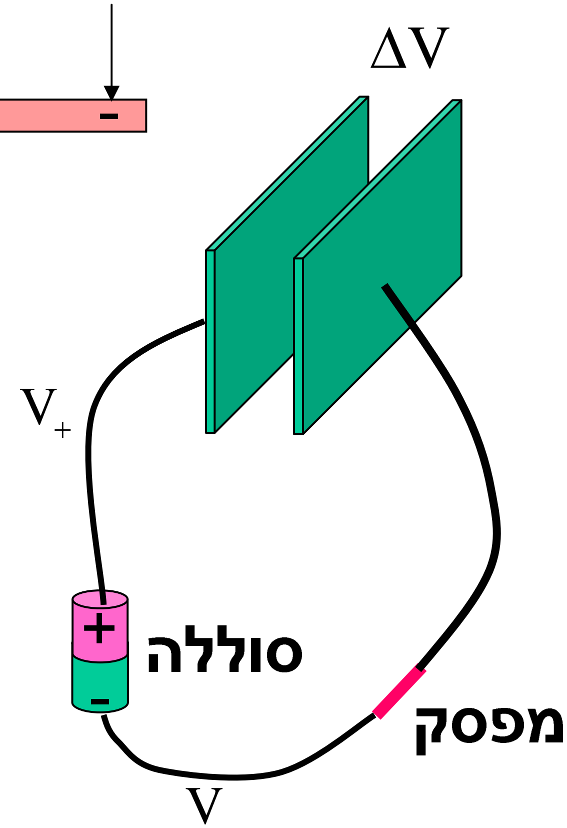
דוגמא עם שני מטענים חיוביים ושניים שליליים:

קיבול Capacitance

קבל הוא מתקן שבאמצעותו ניתן לאגור אנרגיה אלקטרוסטאטית.

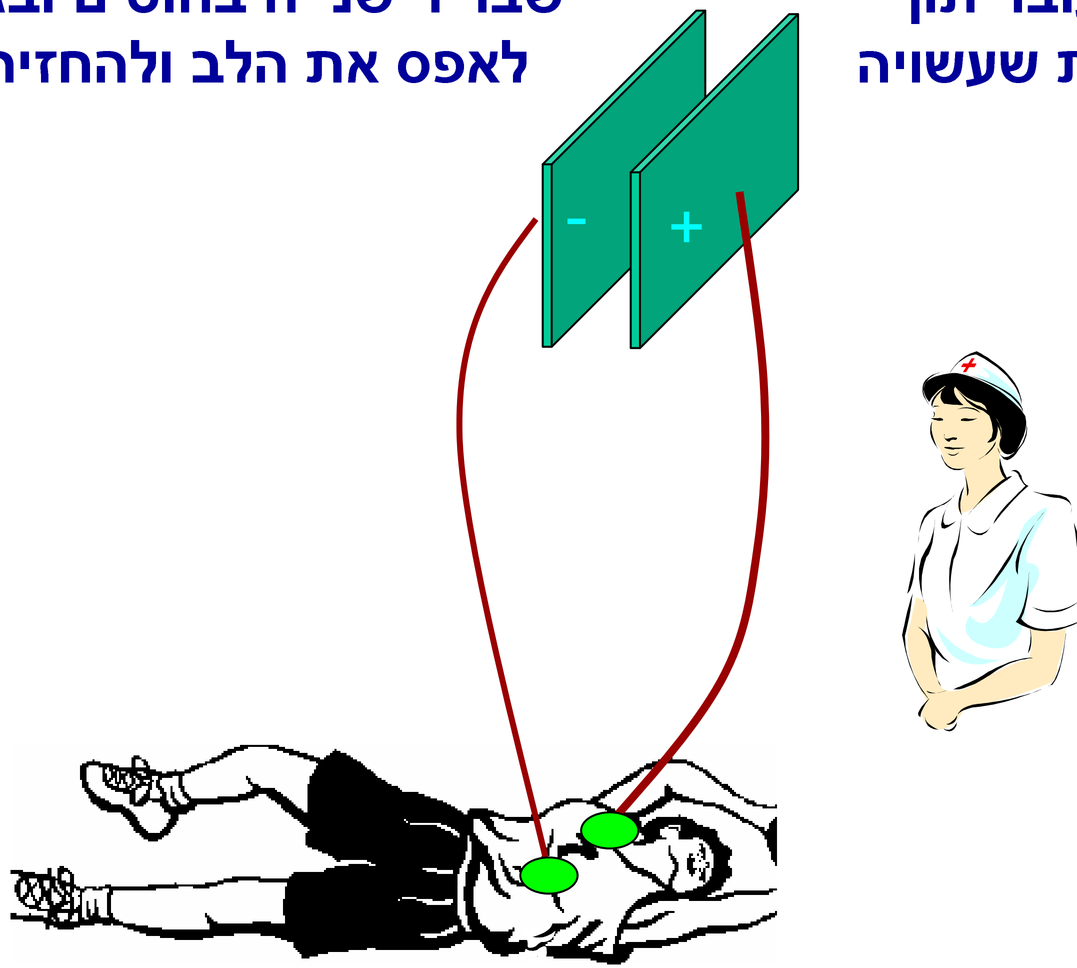
קבל לוחות פשוט מורכב משני לוחות טעונים במטענים שווים והפוכים.





במעגל חשמלי, הסוללה מתפקדת כמו המשאבה במעגל המים: הסוללה (שבה יש כוח אחר, לא אלקטרוסטאטי: בד"כ כימי) מרימה מטענים לאנרגיה פוטנציאלית גבוהה, ואז הם יורדים חזרה בשאר המעגל.

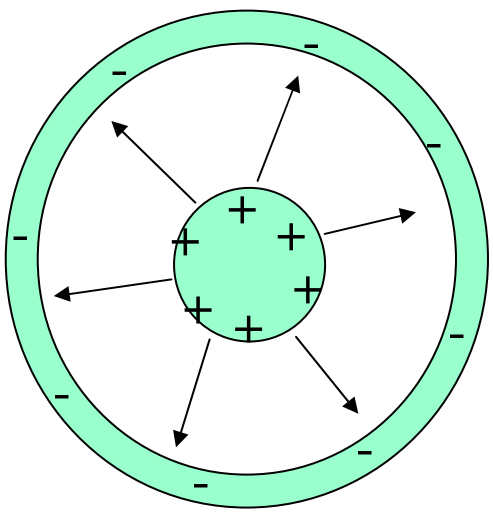
לקבל יש שימושים רפואיים: למשל, טוענים אותו (כפי שנראה בהמשך הקורס) בעזרת בטרייה עד שיש עליו מטען גדול. אם אז מחברים אותו בחוט מוליך למישהו עם הפרעה חמורה בקצב הלב, אז כל המטען על הקבל עובר תוך שבריר שנייה בחוטים ובגוף, ונותן מכה חשמלית שעשויה לאפס את הלב ולהחזירו לתפקוד תקין.



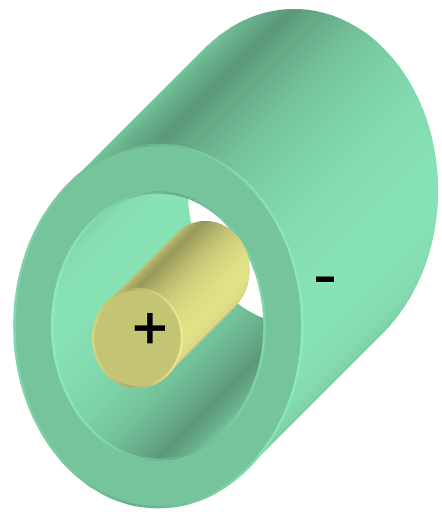
דוגמאות נוספות

באופן כללי, קבל מורכב משני מוליכים מופרדים שעל האחד מטען $+q$ ועל השני $-q$.

קבל כדורי



קבל גלילי



קיבול

באופן כללי המטען על כל לוח של הקבל פרופורציוני להפרש הפוטנציאלים. קבוע הפרופורציה נקרא קיבול וסימנו C (מהמילה Capacitance):

$$q = C\Delta V$$

$$q = q_+ \qquad \triangle V = V_+ - V_-$$

היחידות של קיבול: **1 farad = 1 F = 1 C / V**

דוגמא: חישוב הקיבול של קבל לוחות

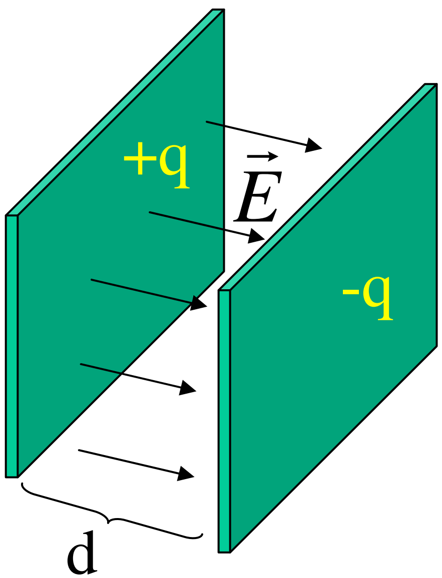
המטען על כל לוח q; שטח כל לוח A; המרחק בין הלוחות d.

ראינו שהשדה בין הלוחות קבוע ולכן: $\Delta V = Ed$

כאשר: $E = 4\pi k\sigma = 4\pi k(q/A)$

$\Downarrow$

$$q = \underbrace{\frac{A}{4\pi k d}}_{C}\Delta V$$



C לא תלוי ב-q, רק בגיאומטריה (ב-A ו-d).

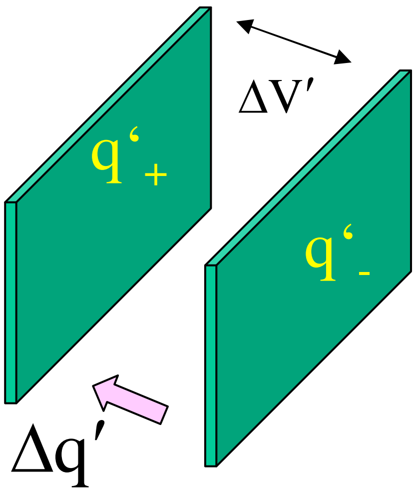
האנרגיה האצורה בקבל

נתבונן בתהליך של טעינת הקבל ממצב בו המטען 0 עד למצב סופי בו יש מטען q (החישוב הוא כללי, תקף לכל קבל).

נניח כי ברגע מסויים יש כבר מטען q‘<q על הלוחות.
במצב זה הפוטנציאל הוא: $\Delta V' = q'/C$

העבודה הנדרשת במצב זה להעביר מטען נוסף ‘Δq:

$$W = \Delta U = \Delta V'(\Delta q') = \frac{q'}{C}\Delta q'$$

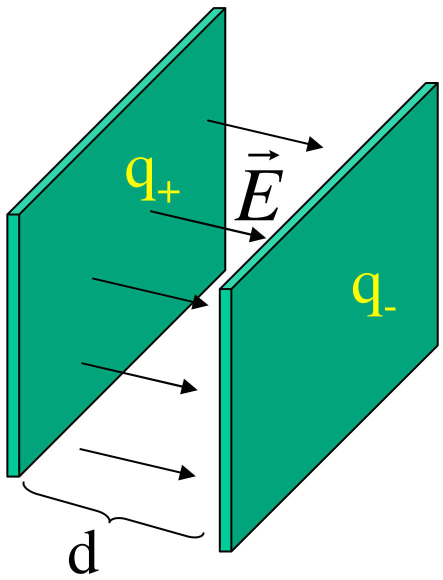


אז הסה"כ לכל התהליך:

$$U = \sum \Delta U = \sum_{q'=0}^{q} \frac{q'}{C}\Delta q' = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$$

כאשר השתמשנו באינטגרל: $\int_0^q q'\,dq' = \frac{1}{2}q^2$

דוגמא: קבל לוחות



$$q = \underbrace{\frac{A}{4\pi kd}}_{C}\Delta V$$

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{A}2\pi kd$$

<u>דוחפים את הלוח השלילי מ-d_1 ל-d_2:</u>

לפי החישוב של האנרגיה האצורה, אנחנו מצפים שהעבודה הדרושה תהיה שווה להפרש האנרגיות:

$$\triangle U = \frac{q^2}{A}2\pi k(d_2 - d_1)$$

עכשיו נחשב את העבודה.

השדה שלוח ה+ מפעיל על לוח ה-:

$$E_+ = 2\pi k\sigma$$

לכן, הכוח על לוח ה-:

$$F_{+\mathrm{on}-} = 2\pi k\sigma q = 2\pi k\frac{q^2}{A}$$

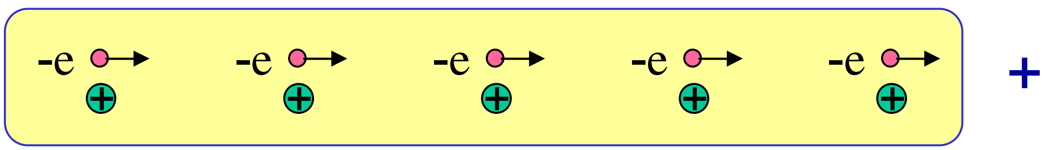
הכוח לא תלוי ב-d.

אז העבודה שאנחנו צריכים להשקיע כדי להתגבר על כוח המשיכה הזה היא: $W = 2\pi k\frac{q^2}{A}(d_2 - d_1)$ **, כפי שציפינו.**

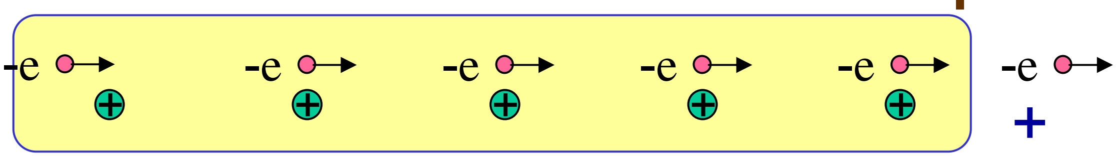
תנועת מטענים במוליך

- ראינו כי במקרה האלקטרוסטטי השדה החשמלי בתוך מוליך מתאפס. תנאי זה אינו תקף במקרה הדינמי בו מתאפשרת תנועת מטענים מתמדת.
- במוליכים רגילים האלקטרונים חופשיים לנוע ואילו היונים החיוביים קבועים למקומם. השדה החשמלי מאיץ את האלקטרונים החופשיים ויוצר זרם. האלקטרונים נעים יחד, בערך בשורה, ויוצרים זרם אחיד.

למשל, נניח שמצמידים מטען + לקצה הימני של חוט מוליך:

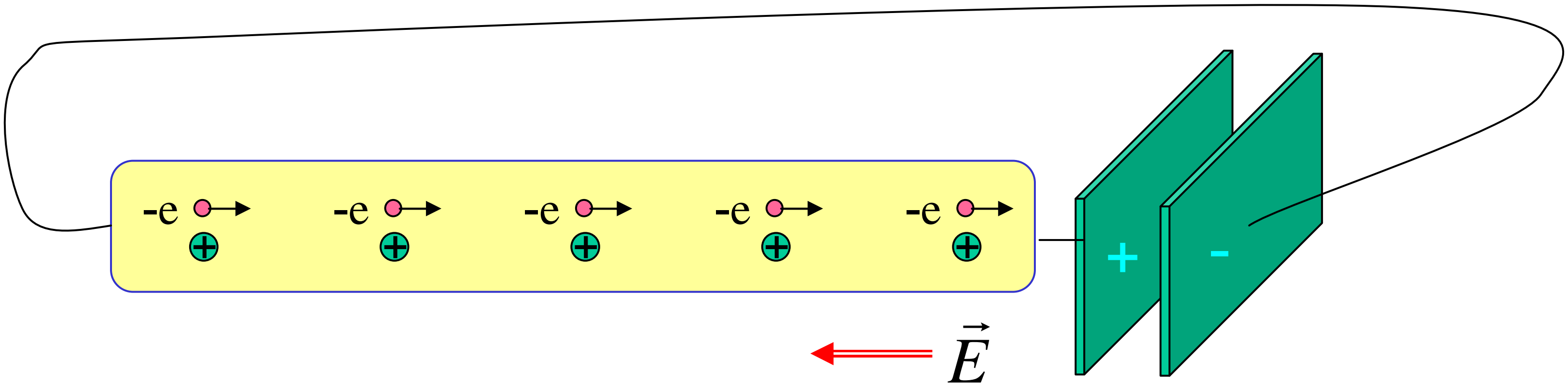


המטען מושך אליו אלקטרון קרוב, מה שמשאיר + בלתי מאוזן בתוך המוליך. ה+ הזה מושך אליו את האלקטרון הבא, וכולי. כך, למרות שה+ המקורי יוצר רק השפעה מקומית, כל האלקטרונים החופשיים בחומר נעים יחד, בתופעה הדומה לגל.



התנועה האחידה מתחילה מיד לכל אורך החוט. או, יותר מדויק, השפעה זו מתפשטת כמעט במהירות האור. מצד שני, כל אלקטרון בעצמו נע במהירות איטית מאד, כפי שנראה בהמשך.

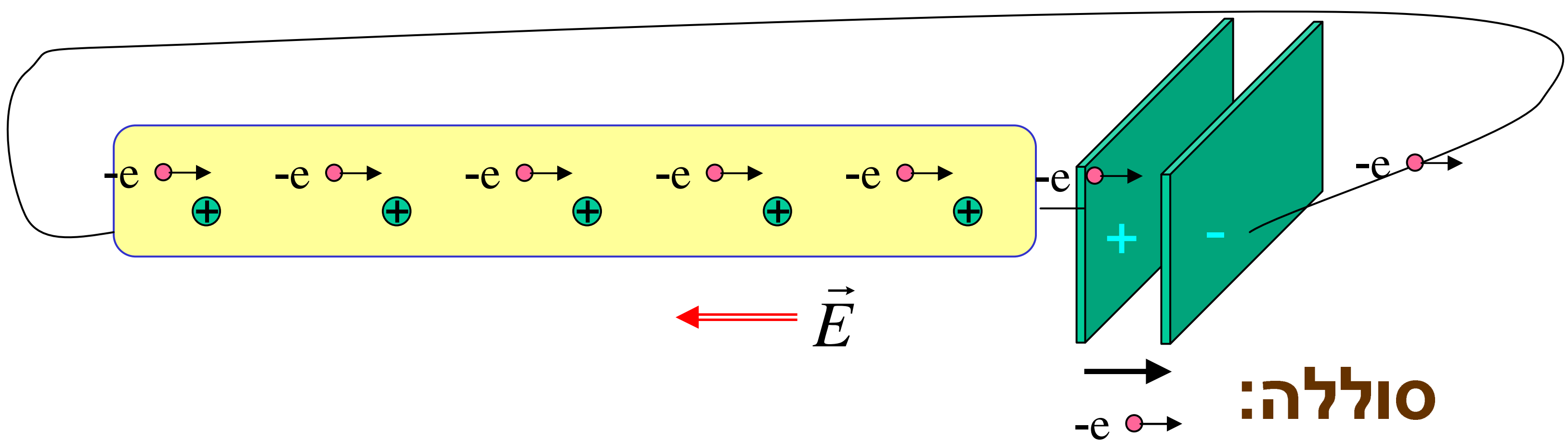
תנועת מטענים במעגל חשמלי



לא אינסופי:

קבל לוחות טעון (עם מטען q) הוא דוגמא לבטרייה (אמנם זמנית). כיוון שהלוחות הם סופיים, כשמתרחקים מהלוחות השדה דומה לזה של דיפול (שני מטענים הפוכים). לכן, בניגוד ללוחות אינסופיים, השדה איננו אפס מחוץ ללוחות. אלקטרונים בקצה החוט הקרוב ללוח ה+ נמשכים לכיוון הלוח (כיוון שלוח ה+ קרוב יותר אליהם מאשר לוח ה-), דבר שגורם לזרם שבו אלקטרונים יוצאים מלוח ה- אל קצה אחד של החוט ונכנסים מהקצה השני של החוט אל לוח ה+. אחרי שסה"כ מטען q עובר במעגל, הקבל כבר לא טעון, והזרם נפסק.

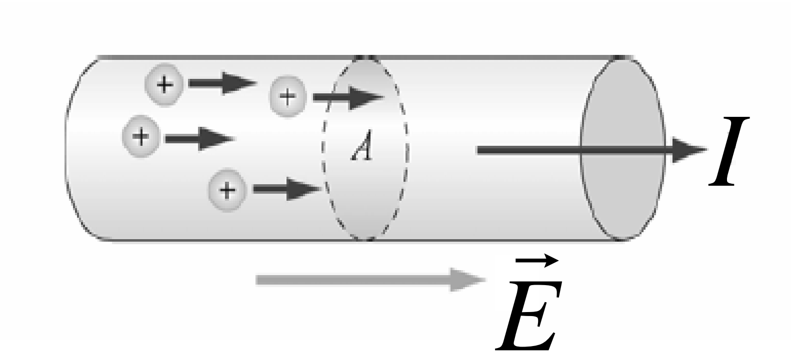
תנועת מטענים במעגל חשמלי



על מנת לשמור על זרם קבוע, צריך להמשיך ולטעון מחדש את הקבל כל הזמן. בתוך הקבל עצמו, אלקטרונים נמשכים ללוח ה+ ונדחים מה-. בסוללה קיים כוח שונה (למשל כימי) שמתגבר על הכוח האלקטרוסטאטי ומזיז מטענים בכיוון ההפוך (בדוגמא זו, צריך כוח שיזיז אלקטרונים מלוח ה+ אל ה- וכך ישמור על קבל טעון).

זרם חשמלי

- זרם חשמלי: סה"כ המטען ליחידת זמן העובר דרך שטח חתך



אם מטען Δq עובר בזמן Δt, אז הזרם הממוצע הוא:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

- כיוון הזרם מוגדר ככיוון התנועה של מטען חיובי במוליך.
- למרות שלזרם יש כיוון הוא איננו ווקטור (יש לו רק +/-).

- יחידות של זרם: 1 Ampere = 1 A = 1 C/sec