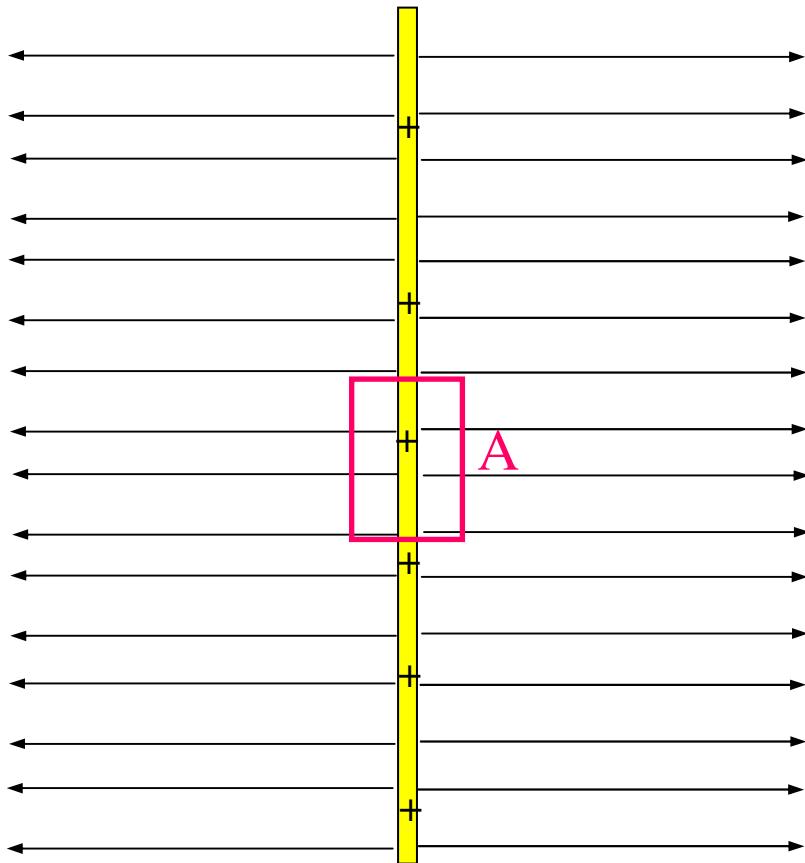


השדה של לוח טעון בעל צפיפות מטען משטחית

התמונה מראה חתך מלמעלה של לוח דו-מימדי שטוח. כאן יש סימטריה דו-מימדית: בתמונה, אם נזוז למעלה או למטה, או פנימה או החוצה,



התמונה לא תשתנה. רק המרחק מהלוח חשוב (ז"א, תנועה ימינה ושמאלה). בתור המשטח הגאומטרי, ניקח קופסא מלבנית שחצויה ע"י הלוח הנתון. שטח הפנים מצד ימין ומצד שמאל הוא A . על שני דפנות אלה, השדה ניצב לפני השטח, וכיוונו כלפי חוץ. גם עוצמת השדה שווה בגלל הסימטריה (דמיינו מראה במרכז הלוח, שמחליפה ימין ושמאל). בארבע הדפנות האחרות, השדה מקביל לפני השטח, לכן סה"כ השטף הוא:

$$\Phi_E = 2AE$$

המשך: השדה של לוח טעון בעל צפיפות מטען משטחית

המטען בתוך הקופסא הגאוסית הוא q , שקשור לצפיפות המטען σ :

$$\sigma = q / A$$

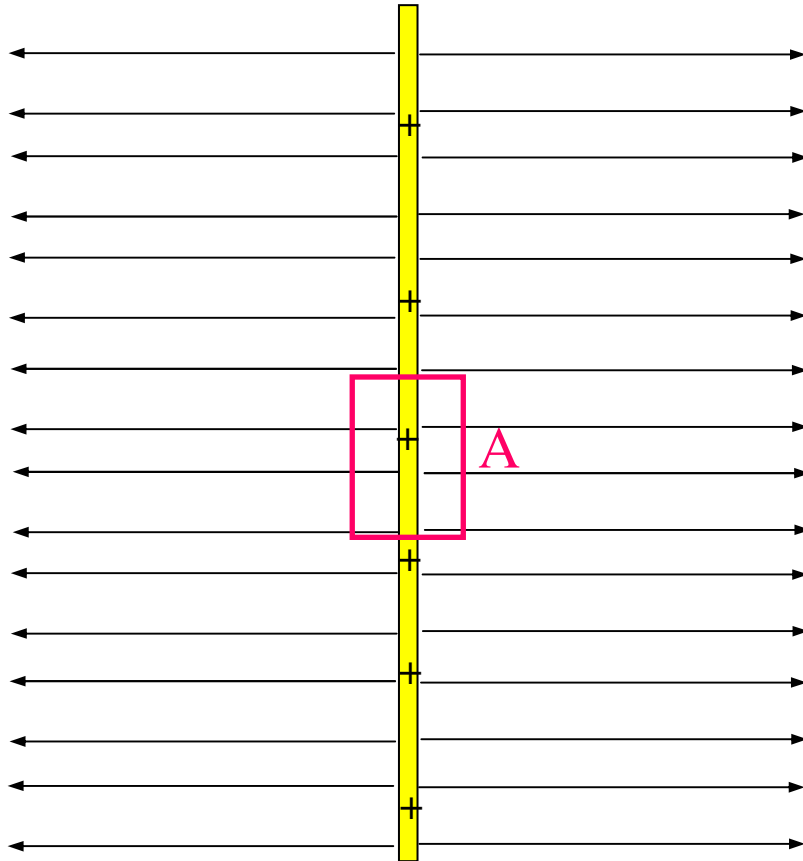
אז חוק גאוס נותן:

$$\Phi_E = 4\pi k q \Rightarrow E = 2\pi k \sigma$$

שימו לב לכיוונים, שמתאימים לחוקים של קווי שדה שיוצאים ממטענים חיוביים ונכנסים לשליליים:

$\sigma > 0$ – השדה בכיוון החוצה מהלוח

$\sigma < 0$ – השדה בכיוון פנימה אל הלוח



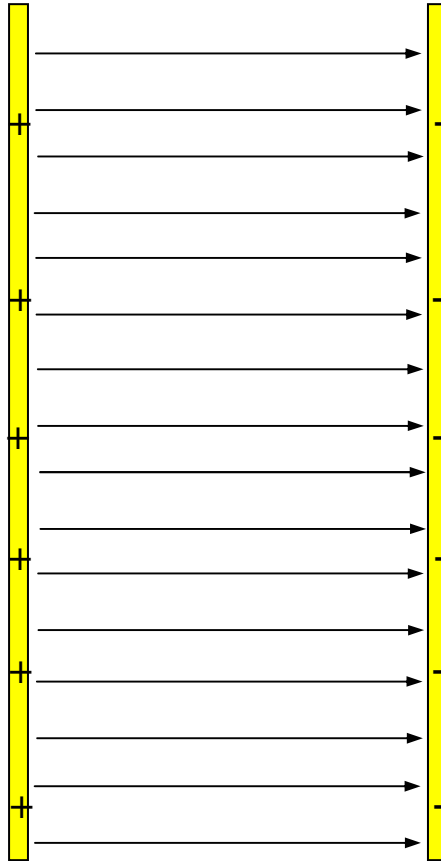
שני לוחות מקבילים טעונים

נתונה צפיפות המטען σ החיובית על הלוח השמאלי, ו $-\sigma$ על הימני.

אז סופרפוזיציה של השדות של שני הלוחות נותנת ביניהם:

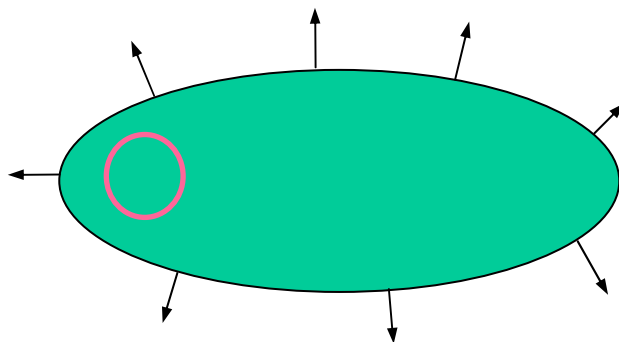
$$E = 2\pi k \sigma + 2\pi k \sigma = 4\pi k \sigma$$

ומחוץ ללוחות: השדה מתאפס כי הלוחות מייצרים שדות עם עוצמה זהה אבל כיוונים הפוכים.



השדה של מוליך חשמלי

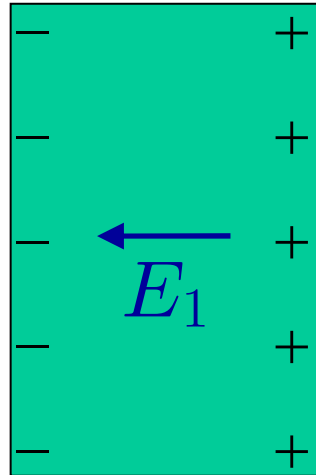
- מוליך אידיאלי הוא תווך המאפשר תנועה חופשית של מטענים חשמליים (כולל מטעני ה + ו - שמרכיבים את החומר).
 - במצב שווי משקל אלקטרוסטטי, $E=0$ בתוך המוליך (אחרת המטענים היו זזים בגלל הכוח החשמלי).
 - מטען עודף נמצא על שפת המוליך (נובע מחוק גאוס: בציור למטה, מציירים משטח גאוסי בתוך המוליך, אז השדה הוא אפס \leq השטף אפס \leq המטען בפנים הוא אפס \leq מטען יכול להיות רק על השפה).
 - בשווי משקל אלקטרוסטטי, השדה ניצב לשפה, בכל נקודה על שפת המוליך (אחרת המטענים היו זזים לאורך השפה; מניחים שהמטענים בכל מקרה לא יכולים לקפוץ החוצה מתוך המוליך).
- ❖ **בבעיות עם מוליך, צריך למצוא איפה מטען העודף, ורק אז ניתן לחשב את השדה.**



דוגמא

מכניסים מוליך מלבני נייטרלי לאזור עם שדה חיצוני E_0 :

המוליך מורכב ממטענים $+$ ו $-$ שמרגישים כוח, ימינה על $+$ ושמאלה על $-$. במוליך, המטענים חופשיים לזוז, אז $+$ נערמים על השפה הימנית, ו $-$ נערמים על השפה השמאלית, כמו בציר משמאל. מטענים אלה מייצרים בעצמם שדה E_1 בנוסף לשדה E_0



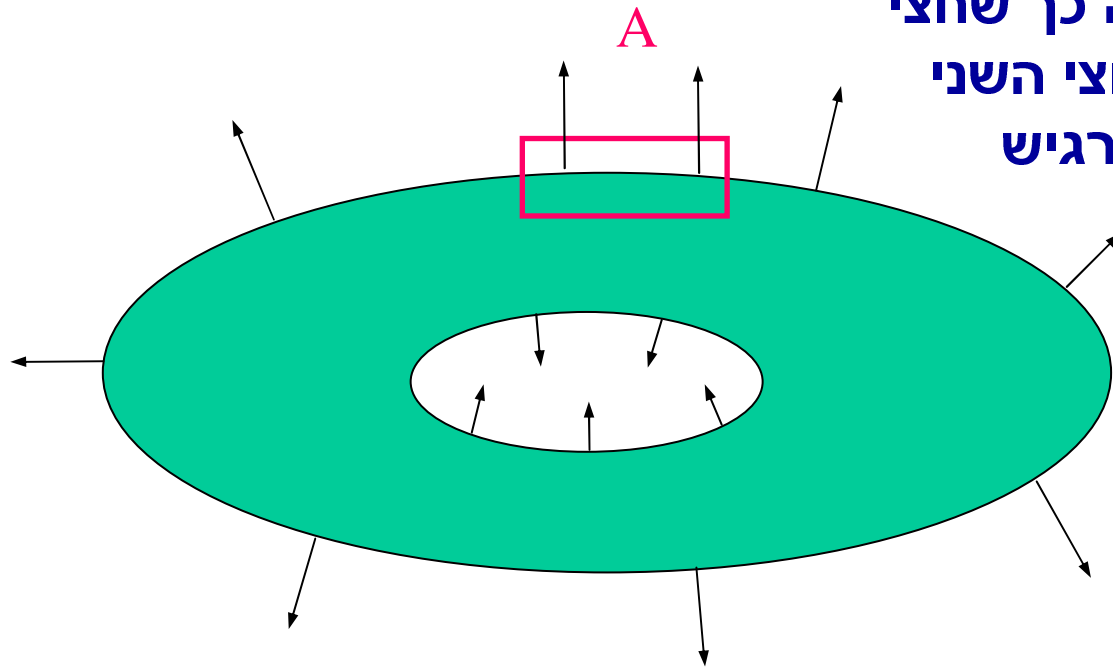
החיצוני. בשלב זה, כל מטען בתוך המוליך מרגיש את השדה הכולל, $E_0 + E_1$. לכן, המטענים ממשיכים

להיערם עד שהשדה הכולל מתאפס, ואז אין יותר כוח והתנועה נפסקת. במצב זה, של שיווי משקל: $E_1 = E_0$ אבל בכיוון ההפוך. באופן כללי, השדה

של שני לוחות, ביניהם, הוא: $E_1 = 4\pi k\sigma$ ולכן צפיפות המטען שהצטבר על כל שפה היא:

$$\sigma = \frac{E_0}{4\pi k}$$

גודלו של השדה על שפת המוליך:



בוחרים קופסא גאוסית קטנה כך שחצי אחד שלה בתוך המוליך, והחצי השני בחוץ. בציור, הדופן העליון מרגיש שדה E ניצב (כיוון שהשדה תמיד ניצב לשפה של מוליך). הדופן התחתון נמצא בתוך $E=0$. לכן סה"כ השטף:

$$\Phi_E = AE$$

אז חוק גאוס נותן:

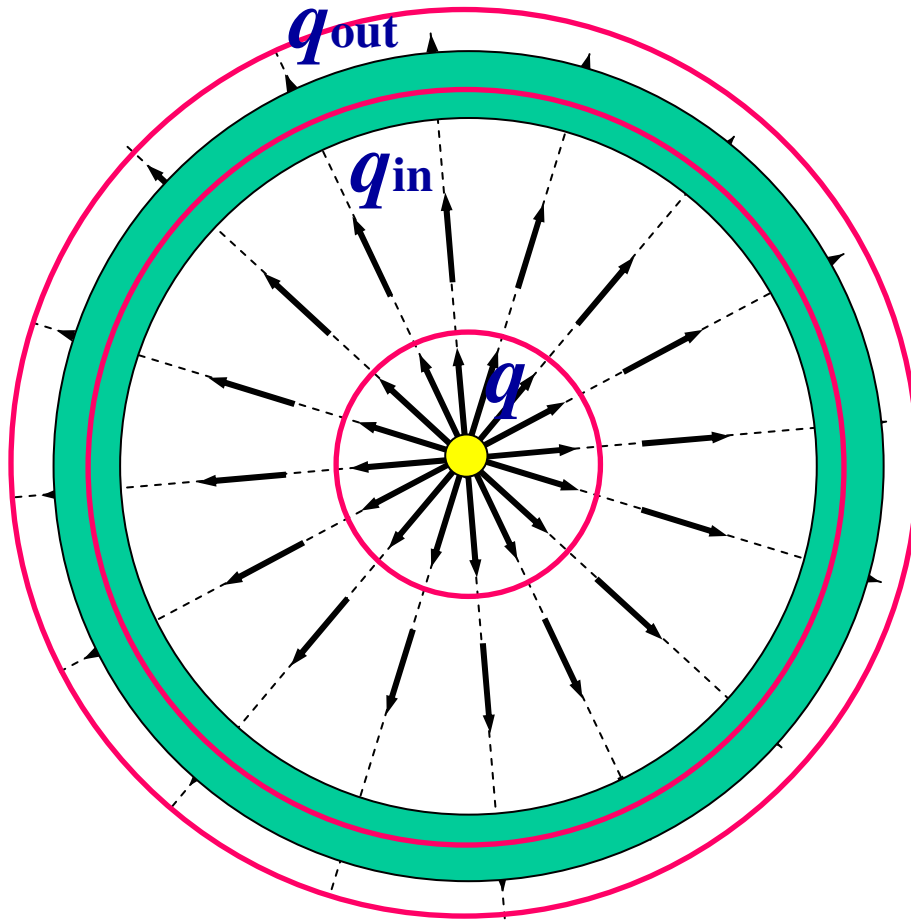
$$\text{כאשר המטען בקופסא הוא:} \quad \Phi_E = 4\pi kq \Rightarrow E = 4\pi k\sigma$$

$$q = \sigma A$$

כיוונים: $\sigma > 0$ – השדה בכיוון החוצה מהמוליך

$\sigma < 0$ – השדה בכיוון פנימה אל המוליך

דוגמא: מטען נקודתי q בתוך מוליך ניטרלי סה"כ



משתמשים בחוק גאוס בסימטריה כדורית, אבל צריך גם למצוא את המטענים q_{in} ו- q_{out} שמתפזרים (באופן אחיד בגלל הסימטריה) על הקליפה הפנימית והחיצונית (אין מטען עודף בתוך מוליך, רק על פני השטח). משתמשים בקליפה כדורית גאוסית, אחת בכל אחד משלשה אזורים (העיגולים הוורודים בציור):

בפנים: השטף:

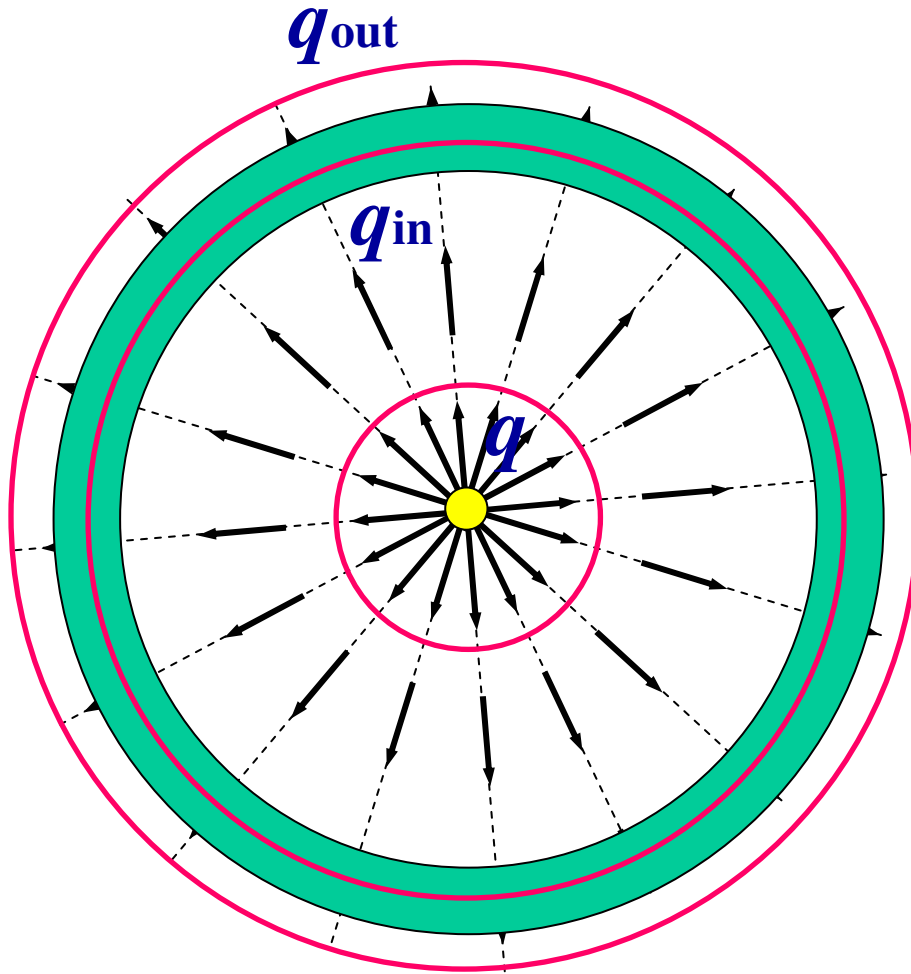
$$\Phi_E = 4\pi r^2 E$$

חוק גאוס: $\Phi_E = 4\pi kq$

ולכן:

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

דוגמא: מטען נקודתי q בתוך מוליך ניטרלי סה"כ



בתוך המוליך: חוק גאוס:

$$E = \frac{k(q + q_{\text{in}})}{r^2}$$

אבל תמיד במוליך:

$$E = 0$$

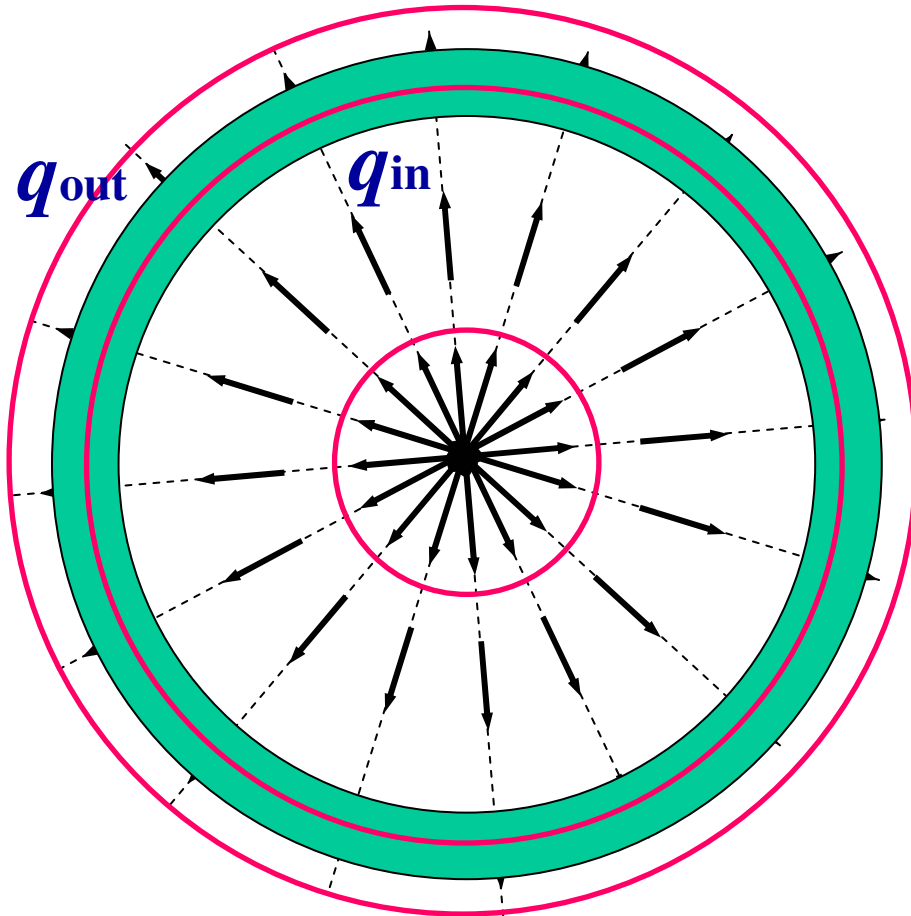
ולכן: $q_{\text{in}} = -q$
ובגלל שהמוליך נייטרלי:

$$q_{\text{out}} = -q_{\text{in}} = q$$

$$E = \frac{k(q + q_{\text{in}} + q_{\text{out}})}{r^2} = \frac{kq}{r^2}$$

מחוץ למוליך: חוק גאוס:

דוגמא: $q=0$ בתוך מוליך עם סה"כ מטען עודף Q



בפנים: $E = 0$

במוליך: $E = \frac{k q_{in}}{r^2} = 0$

ולכן: $q_{in} = 0$
אז כל המטען הולך ל:

$q_{out} = Q$

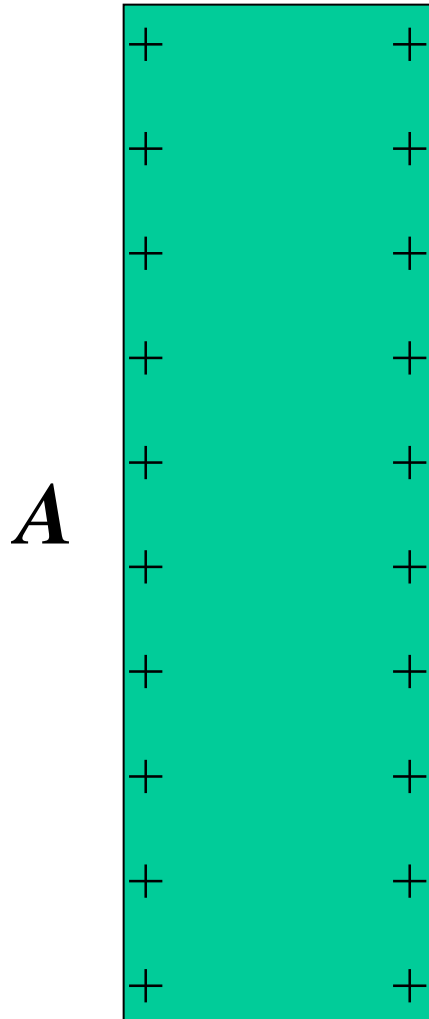
בחוץ: $E = \frac{kQ}{r^2}$

הערה 1: המטענים שמרכיבים את Q דוחים אחד את השני, ומתרחקים אחד מהשני עד כמה שאפשר. לכן הם כולם הולכים לקליפה החיצונית ולא לפנימית.

הערה 2: הדוגמא קשורה לתופעה יותר כללית שנקראת כלוב של פראדיי

(Faraday cage). באופן כללי, כשבתוך מוליך קיים חלל ריק ממטענים, השדה מתאפס בחלל (גם אם צורתו איננה כדורית או בכלל סימטרית).

דוגמא: מוליך בצורת לוח עבה עם מטען Q



נניח שאורך הלוח (מלמטה למעלה) גדול מאוד, כך שיש סימטריה דו-מימדית. אז מטען העודף מתפזר באופן אחיד בשני הצדדים, ימין ושמאל, מטעמי סימטריה. אם השטח של כל צד הוא A , אז מכיוון שסה"כ המטען הוא Q , ויש שני צדדים, אז צפיפות המטען על כל צד היא:

$$\sigma = \frac{Q}{2A}$$

עכשיו, השדה הוא של שני לוחות מקבילים: במוליך: $E = 0$, כפי שחייב להיות בתוך מוליך.

מחוץ למוליך: כל לוח מייצר את אותו השדה, והסכום

$$E = 4\pi k \sigma \quad \text{הוא:}$$